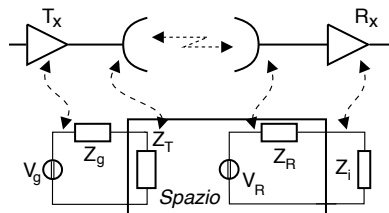


Collegamenti radio

CONCLUDIAMO l'analisi dei mezzi trasmissivi iniziata al cap. 19 con *il canale radio*, su cui in pratica si basa la nostra vita attuale, permettendo ai nostri dispositivi (telefono, computer, radio e tv) di ricevere e trasmettere informazione in modalità *wireless*. Anche in questo caso vogliamo studiare le relazioni tra i parametri fisici del collegamento radio, studiare i fenomeni che possono manifestarsi, e giungere ad una descrizione del mezzo nei termini della rappresentazione tempo-frequenza di un canale di comunicazione.

Il caso del *collegamento radio* è del tutto particolare: basato sul fenomeno di trasduzione elettromagnetica che interessa l'apparato di *antenna*, dopo una disamina relativa ai fenomeni di *propagazione atmosferica* e la definizione del fenomeno dei *cammini multipli* e delle sue conseguenze, viene svolto un approfondimento relativo ai collegamenti *radiomobili* ed alla tipizzazione dell'attenuazione in funzione delle caratteristiche dell'ambiente circostante e dalle condizioni di visibilità (o meno) delle antenne. Ciò porta a descrivere l'intensità del segnale ricevuto sia in termini statistici (fading di *Rayleigh* o di *Rice*), sia in termini spettrali e/o tempo-varianti (banda e tempo di *coerenza*), a derivare nuove espressioni per la probabilità di errore, ed individuare architetture di ricezione *a correlazione* capaci di trarre vantaggio da un canale *dispersivo in frequenza*.

Modello circuitale La trasmissione via onda radio si differenzia da quella via cavo o fibra ottica sotto diversi aspetti, tra cui la condivisione di uno stesso mezzo tra più comunicazioni, e la possibilità di comunicare in movimento. E' resa possibile dalla conversione di un segnale elettrico in radiazione elettromagnetica¹ ad opera dei *dispositivi di antenna*, che fungono (vedi figura) da carico dal lato trasmissione, e da generatore dal lato ricezione. La descrizione



¹Dato che tale conversione avviene unicamente a seguito delle *variazioni* del segnale, è esclusa la presenza di una componente continua, e per questo (ma non solo) il segnale può unicamente essere di natura *modulata*.

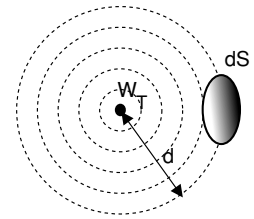
circuitale delle antenne viene poi semplificata dalla circostanza che per il segnale modulato è praticamente sempre vera la condizione di occupare una banda *stretta* attorno alla portante f_0 , al punto da poterlo assimilare ad una singola sinusoide. Con una tale approssimazione le condizioni di massimo trasferimento di potenza (§ 18.1.1.3) tra amplificatore finale e antenna trasmittente ($Z_g = Z_T^*$) e tra antenna ricevente e stadio di ingresso al ricevitore ($Z_R = Z_i^*$) danno luogo, nella banda di segnale, ad una risposta in frequenza $H(f)$ che non dipende dalla frequenza (modulo e fase costanti), e questo corrisponde (a parte una rotazione di fase) all'assenza di distorsione lineare, vedi § 13.1.2.4. Tutta la potenza disponibile fornita dall'amplificatore finale $W_{dT} = \frac{V_{Teff}^2}{4R_g}$ viene ceduta all'antenna, e da questa allo spazio. In effetti Z_T dipende dalla frequenza portante ed in parte dalla geometria dello spazio circostante, mentre Z_g è in genere fissata a 50 Ω ; perciò tra stadio di uscita del trasmettitore Tx e cavo di antenna può essere interposto un *adattatore di impedenza*².

20.1 Trasduzione elettromagnetica

Senza minimamente affrontare alcuna analisi rigorosa, descriviamo come la potenza W_{dT} ceduta all'antenna di trasmissione si propaghi nello spazio.

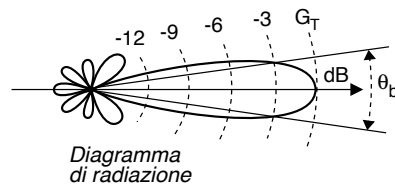
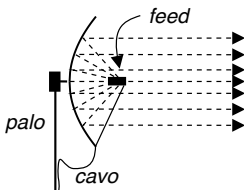
Antenna isotropa Qualora l'antenna trasmittente irradiasse allo stesso modo in tutte le direzioni, W_{dT} si distribuirebbe su di una sfera. Una superficie dS posta a distanza d sarebbe quindi attraversata da una potenza pari a

$$dW = W_{dT} \frac{dS}{4\pi d^2} \quad [\text{Watt}] \quad (20.1)$$



Si noti che il denominatore rappresenta la superficie di una sfera di raggio d .

Antenna direttiva Praticamente qualsiasi antenna presenta direzioni *privilegiate* di emissione. Ad esempio le antenne paraboliche dispongono di un *illuminatore* o FEED³ posto in corrispondenza del *fuoco* della parabola stessa, la cui superficie riflette le onde elettromagnetiche in modo che si propagano in forma pressoché parallela⁴.



La potenza W_{dT} quindi non si distribuisce più con simmetria sferica, e la direzione di propagazione massima presenta un guadagno G_T rispetto all'antenna isotropa, e l'intensità di campo irradiato spazialmente è descritta da un *diagramma di radiazione*.

²Vedi ad es. https://en.wikipedia.org/wiki/Antenna_tuner

³Dall'inglese *to feed* = alimentare.

⁴Il processo di focalizzazione parabolica, comunemente usato ad esempio nei *fanali* degli autoveicoli, era ben noto ad ARCHIMEDE da Siracusa, che lo impiegò negli *specchi ustori*...

Il valore di G_T dipende dal rapporto tra le dimensioni dell'antenna e quelle della lunghezza d'onda λ secondo la relazione

$$G_T = 4\pi \frac{A}{\lambda^2} \quad (20.2)$$

avendo indicato con A l'area dell'antenna. Il guadagno G_T viene spesso espresso in dBi , ovvero dB riferiti all'antenna *isotropa*.

Può essere definita una *larghezza del fascio* (BEAM WIDTH), che misura l'angolo θ_b entro cui la potenza irradiata è superiore alla metà della massima potenza presente nella direzione privilegiata⁵. Ovviamente minore è θ_b , e maggiore è G_T .

Antenna ricevente Se una antenna identica a quella di trasmissione viene usata (dall'altro lato del collegamento) per ricevere, questa mantiene lo stesso guadagno $G_R = G_T$ e lo stesso θ_b . Si definisce allora la sua *area efficace* come il valore

$$A_e = G_R \frac{\lambda^2}{4\pi} \quad (20.3)$$

legato alla forma e dimensione dell'antenna, a meno di un fattore di efficienza ρ (⁶). Perciò una stessa antenna (A_e fisso) aumenta il suo guadagno (e stringe il *beam*) all'aumentare della frequenza, ovvero al diminuire di $\lambda = \frac{c}{f}$ (⁷).

20.2 Bilancio di collegamento per spazio libero

Applichiamo il modello visto al § 19.1 per il caso di un collegamento in condizioni di *visibilità* tra le antenne.

Potenza ricevuta Usando l'area efficace dell'antenna ricevente (20.3) per intercettare parte della potenza irradiata (20.1) si ottiene

$$W_R = W_{dT} G_T \frac{A_e}{4\pi d^2} = W_{dT} G_T G_R \left(\frac{\lambda}{4\pi d} \right)^2 \text{ [Watt]}$$

Ovviamente anche il ricevitore ha la propria $Z_i = Z_R^*$ accordata per il massimo trasferimento di potenza, e la banda di segnale è sempre stretta a sufficienza da garantire l'assenza di distorsioni lineari. Quindi la $W_R = W_{dR}$ è proprio la potenza ricevuta.

Attenuazione di spazio libero Il termine

$$A_{sl} = \left(\frac{4\pi d}{\lambda} \right)^2 = \left(\frac{4\pi df}{c} \right)^2 \quad (20.4)$$

⁵Si tratta di un concetto del tutto analogo alla "frequenza di taglio a 3 dB", ma applicata ad un dominio spaziale con geometria radiale.

⁶Indicando con A_r l'area *reale* (fisica) dell'antenna, risulta $A_e = \rho A_r$, con $\rho < 1$. La disuguaglianza tiene conto delle perdite dell'antenna, come ad esempio le irregolarità nella superficie della parabola, o l'ombra prodotta dalle strutture di sostegno. Ovviamente anche l'antenna trasmittente presenta perdite, ed il valore G_T *misurato* è inferiore a quello fornito dalla (20.2), a meno di non usare appunto il valore di area efficace.

⁷La costante $c = 3 \cdot 10^8$ metri/secondo rappresenta la velocità della luce nel vuoto, ossia la velocità di propagazione dell'onda elettromagnetica nello spazio.

è chiamato *attenuazione di spazio libero*, e dipende da f^2 oltreché da d^2 . Anche se, ai fini del bilancio di collegamento, la dipendenza dalla frequenza si elide con quella relativa al guadagno delle antenne: $G_T = A_e \frac{4\pi}{\lambda^2} = A_e \frac{4\pi f^2}{c^2}$ (8).

Attenuazione disponibile Il rapporto

$$A_d = \frac{W_{dT}}{W_{dR}} = \left(\frac{4\pi df}{c} \right)^2 \frac{1}{G_T G_R} \quad (20.5)$$

è chiamato *attenuazione disponibile*, ed indica di quanto si riduce la potenza trasmessa. Il suo valore espresso in decibel, tenendo conto delle costanti che vi compaiono, ed usando le unità di misura più idonee, risulta essere

$$A_d \text{ (dB)} = 32.4 + 20 \log_{10} f \text{ (MHz)} + 20 \log_{10} d \text{ (Km)} - G_T \text{ (dB)} - G_R \text{ (dB)} \quad (20.6)$$

nota come *equazione di Friis*. Osserviamo che a differenza della trasmissione in cavo l'attenuazione cresce con il quadrato della distanza, ovvero con il suo logaritmo quando espressa in decibel. Infatti ora l'attenuazione è dovuta esclusivamente all'aumentare della superficie su cui si distribuisce la potenza irradiata, e non a fenomeni dissipativi, come accade invece per cavo (eq. (19.8)) e fibra ottica. Per un esempio di applicazione della (20.6) si veda l'esercizio a pag. 611.

Il sistema di telecomunicazione che meglio rappresenta le condizioni di spazio libero è quello tra terra e satellite (§ 25.3), per il semplice fatto che non vi sono ostacoli frapposti tra le antenne. D'altra parte i collegamenti radio terrestri, sia fissi che mobili, sono affetti da una serie di ulteriori fenomeni, mentre la (20.6) si limita a considerare un solo aspetto del problema; di seguito ne citiamo un altro paio, ed ai prossimi § approfondiamo il tema:

- *perdite di accoppiamento*: dovute al mancato verificarsi delle condizioni di massimo trasferimento di potenza, ed ammontano a qualche dB;
- *assorbimento terrestre*: quando l'antenna è distante dal suolo meno di qualche lunghezza d'onda, l'energia si propaga anche per *onda superficiale*⁹, in quanto la crosta terrestre agisce da conduttore. Ciò permette la ricezione anche in assenza di visibilità tra antenne, subendo però una attenuazione che *aumenta con la frequenza*, tanto che già a 3 MHz raggiunge i 25 dB¹⁰ ogni 10 Km. Le *onde medie* (0,3-3 MHz) sono meno attenuate, ed ancora meno le *onde lunghe* (10-300 KHz) che viaggiano appunto via terra.

20.3 Fenomeni propagativi e atten. supplementare

La dipendenza della propagazione radio dalla geometria del territorio e dalle condizioni atmosferiche causa l'insorgenza di termini di *attenuazione supplementare* A_s (pag. 639)

⁸Mantenendo fissa la dimensione delle antenne si ottiene il risultato che trasmissioni operanti a frequenze più elevate permettono di risparmiare potenza. Purtroppo però, guadagni di antenna superiori a 30-40 dB (corrispondenti a piccoli valori di θ_b) sono controproducenti, per i motivi esposti al §20.3.1.

⁹http://it.wikipedia.org/wiki/Onda_superficiale

¹⁰equivalente ad una riduzione di potenza di $10^{2.5} = 316$ volte

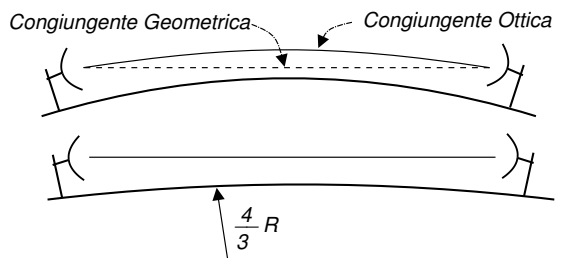
da sommare al valore A_d (dB) fornito dalla (20.6) per stabilire la potenza realmente ricevuta. Iniziamo con l'affrontare gli aspetti più generali, riservando quelli legati a cammini multipli e radio mobile ai §§ successivi.

20.3.1 Condizioni di visibilità

Come spiegato nel commento relativo alla definizione di area efficace (20.3) all'aumentare della frequenza la lunghezza d'onda λ diminuisce con legge reciproca, permettendo di realizzare antenne di dimensioni ridotte e di elevato guadagno. Allo stesso tempo, per evitare l'assorbimento terrestre occorre posizionare l'antenna in alto (in cima ad una torre), e trasmettere per *onda diretta*, condizione detta anche LOS o di *line of sight*.

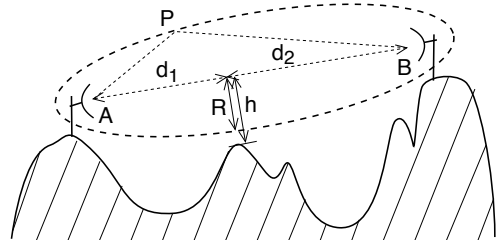
A causa della curvatura terrestre, esiste una altezza minima da rispettare: ad esempio con torri da 60 metri si raggiungono distanze (in visibilità) di 50 Km. Ovviamente il problema si presenta in pianura. Tratte più lunghe richiedono torri più alte, ma anche guadagni di antenna maggiori (e quindi antenne più grandi e più direttive). Questa non è però una soluzione molto praticabile, in quanto in presenza di vento forte le antenne "grandi" possono spostarsi e perdere il puntamento; inoltre, il costo delle torri aumenta esponenzialmente con l'altezza.

Orizzonte radio Nel calcolare l'altezza delle torri (ed il puntamento delle antenne) si deve considerare anche il fenomeno legato al fatto che l'onda elettromagnetica, propagandosi, *si piega* verso gli strati dell'atmosfera con indici di rifrazione (pag. 19.3.1) *maggiori*, ossia verso terra: i calcoli vengono quindi effettuati supponendo che il raggio terrestre sia per $4/3$ maggiore di quello reale. Inoltre l'indice di rifrazione può variare con l'ora e con le condizioni climatiche e quindi (di nuovo) le antenne con guadagno elevato (e molto direttive) possono andare fuori puntamento.



Ellissoide di Fresnel Anche quando le antenne si trovano in condizioni di visibilità occorre comunque tenere conto dei fenomeni di *diffrazione*¹¹, che *deviano* nella zona *in ombra* le onde radio che transitano in prossimità di ostacoli¹². La determinazione dell'orizzonte radio deve pertanto prevedere un *marginale di distanza h* tra la congiungente delle antenne ed il suolo, od un eventuale ostacolo.

La distanza h deve essere almeno pari al raggio del primo *ellissoide di Fresnel*, che è un solido di rotazione



¹¹<http://it.wikipedia.org/wiki/Diffrazione>

¹²Lo stesso fenomeno di diffrazione è egualmente valido per l'energia luminosa, e può essere sperimentato illuminando una fessura, ed osservando le variazioni di luminosità dall'altro lato.

definito come il luogo dei punti P per i quali la somma delle distanze $d(A, P) + d(P, B)$ è pari a $d(A, B) + \frac{\lambda}{2}$, in cui $\lambda = \frac{c}{f}$ è la lunghezza d'onda della trasmissione a frequenza f . Suddividendo la distanza $d(A, B)$ tra i due fuochi A e B in due segmenti d_1 e d_2 individuati dalla posizione dell'ostacolo, si trova che il raggio dell'ellissoide è pari a

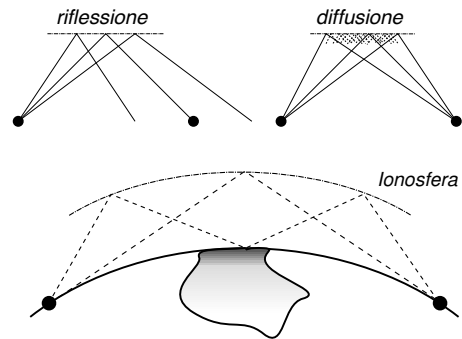
$$R = \sqrt{\frac{\lambda}{\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2}}}$$

che nel caso $d_1 = d_2 = \frac{d(A,B)}{2}$ assume il valore massimo $R_M = \frac{1}{2}\sqrt{\lambda d}$. Qualora si determini la condizione $h < R$ il collegamento subisce una attenuazione supplementare, che aumenta al diminuire di h/R , ed è maggiore per gli *spigoli vivi*, fino ad arrivare ad una decina di dB.

20.3.2 Condizionamenti atmosferici

E' il turno di descrivere gli effetti dovuti alla natura dei diversi strati ed alle condizioni climatiche.

Diffusione e riflessione Tra 0,1 e 10 GHz si può verificare il fenomeno della *diffusione troposferica*¹³ (lo strato dell'atmosfera fino a 20 Km di altezza), causata da turbolenze e particelle sospese, e che comportano un numero *infinito* di cammini multipli. Tra qualche MHz e 30 MHz intervengono fenomeni di radiodiffusione *ionosferica*¹⁴ (la fascia oltre gli 80 Km di quota), dove strati ionizzati causano una *riflessione* del segnale e consentono la trasmissione anche tra luoghi non in visibilità¹⁵, ma con il rischio di cammini multipli. E' questo il caso tipico della propagazione delle *onde corte*, per le quali λ va dai 100 ai 10 metri, corrispondenti ad un banda dai 3 ai 30 MHz..



Per frequenze sotto il MHz la propagazione è per *onda di terra*, e l'assorbimento terrestre impedisce di coprire grandi distanze (tranne che per le *onde lunghe*, meno attenuate). Anche qui può verificarsi la diffusione troposferica, specie *di notte*.

Assorbimento atmosferico Per lunghezze d'onda di dimensione comparabile a quella delle molecole di ossigeno si produce un fenomeno dissipativo *di assorbimento*; le frequenze interessate sono quelle superiori a 30 GHz, con un massimo di 20 dB/Km a 60 GHz⁽¹⁶⁾. Inoltre, il vapor d'acqua (con molecole di dimensioni maggiori) produce

¹³http://en.wikipedia.org/wiki/Tropospheric_scatter

¹⁴<http://en.wikipedia.org/wiki/Skywave>

¹⁵Anche, ma non solo, in concorso con la riflessione operata da masse d'acqua, come mostrato in figura.

¹⁶L'elevata attenuazione chilometrica presente a 60 GHz può essere sfruttata nei sistemi di comunicazione allo scopo di *riusare* una stessa banda di frequenze *per altri utenti*, anche a breve distanza.

una attenuazione supplementare di 1-2 dB/Km (al massimo) a 22 GHz¹⁷. Sotto i 10 GHz non si verifica assorbimento né da ossigeno, né da vapore.

20.3.2.1 Dimensionamento di un collegamento soggetto a pioggia

In caso di pioggia si manifesta una ulteriore causa di assorbimento atmosferico, detto appunto *da pioggia*, che costituisce la principale fonte di attenuazione supplementare per frequenze superiori a 10 GHz. L'attenuazione supplementare da pioggia aumenta con la frequenza portante, con l'intensità di precipitazione e con l'estensione della zona piovosa lungo il tragitto radio; questi ultimi due fattori sono evidentemente elementi aleatori, e per questo il dimensionamento mira a stabilire quale sia il margine necessario a garantire un grado di servizio prefissato. Il margine per l'attenuazione da pioggia viene pertanto posto pari al valore di attenuazione supplementare che viene superato con una probabilità p pari a quella di fuori servizio.

Una formula sperimentale che consente di determinare il valore in dB dell'attenuazione supplementare che viene superato con probabilità p è:

$$A_s(r_0, d, p) = K \cdot r_0^\alpha \cdot d \cdot \beta(d) \cdot \gamma(p) \quad [\text{dB}]$$

in cui r_0 è l'intensità di precipitazione (in mm/h) che viene superata per lo 0.01 % del tempo, d è la lunghezza del collegamento, e K ed α sono costanti che caratterizzano l'entità dell'interazione dell'onda radio con la pioggia, in funzione della frequenza portante e di altre condizioni climatiche ed ambientali, i cui valori medi sono riportati nella tabella riportata a lato.

$f_0(\text{GHz})$	10	15	20	25	30	35
α	1.27	1.14	1.08	1.05	1.01	.97
K	.01	.036	.072	.12	.177	.248

Il valore di r_0 per l'Italia è compreso tra 20 e 60 mm/h, mentre il termine $\gamma(p) = 6.534 \cdot 10^{-3} \cdot p^{-(.718+.043 \cdot \log_{10} p)}$ (che vale 1 per $p = 10^{-4}$) permette di tener conto del grado di servizio che si vuole ottenere. Infine, $\beta(d) = 1/(1 + .0286 \cdot d)$ è un fattore correttivo che tiene conto del fatto che *non piove lungo tutto* il collegamento. I grafici in fig. 20.1 mostrano l'andamento del termine $K \cdot r_0^\alpha \cdot d \cdot \beta(d)$ per diversi valori di f_0 ed r_0 , in funzione dell'estensione del collegamento; infine, è riportato il grafico della funzione $\gamma(p)$ per diversi valori di p .

Dimensionare un collegamento imponendo un margine elevato può dar luogo a problemi dal lato del ricevitore, che potrebbe trovarsi ad operare in regione non lineare a causa dell'eccesso di potenza ricevuta, qualora non siano presenti le attenuazioni supplementari: può essere allora utilizzato un canale di ritorno nell'altra direzione, in modo da regolare la potenza del trasmettitore.

Esempio Un ponte radio numerico opera tra due località distanti 50 Km con una portante $f_0 = 15$ GHz. Valutare l'attenuazione supplementare superata per lo 0.1% del tempo, nell'ipotesi che l'intensità di precipitazione superata per lo 0.01% del tempo sia pari a 40 mm/h.

¹⁷L'assorbimento della potenza di un'onda elettromagnetica a 2.45 GHz da parte delle molecole d'acqua è il principio su cui si basa il funzionamento di un forno a microonde.

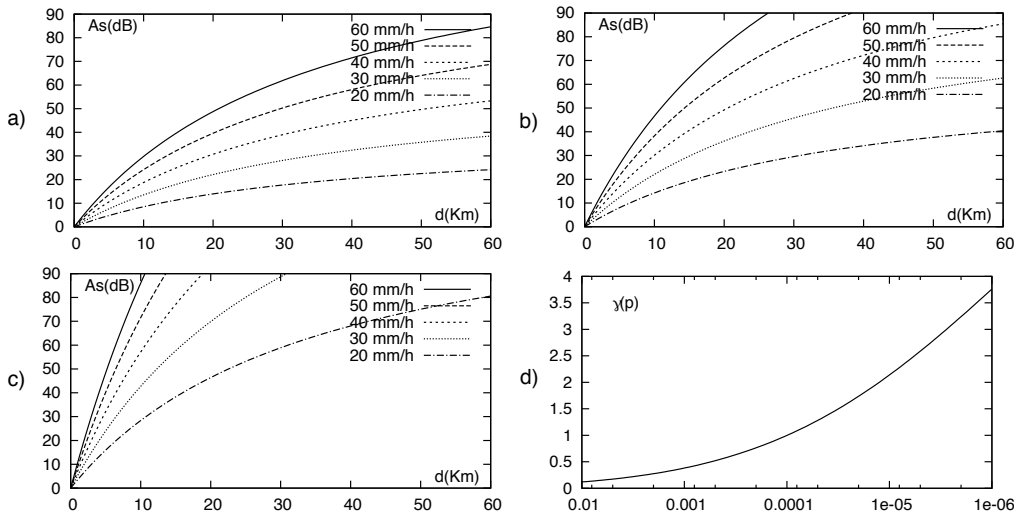


Figura 20.1: a), b), c) - attenuazione supplementare per pioggia superata per lo 0.01% del tempo, rispettivamente a 15, 20 e 30 GHz;
d) - fattore di attenuazione $\gamma(p)$ al variare della probabilità di fuori servizio

Dal primo grafico di fig. 20.1 si ricava un valore di $A_s^{10^{-4}} \geq 50$ dB per lo 0.01% del tempo; considerando invece un grado di servizio 10 volte peggiore, occorre considerare il fattore $\gamma(10^{-3}) \approx 0.45$, e dunque $A_s^{10^{-3}} \geq 50 \cdot 0.45 = 22.5$ dB.

20.3.3 Cammini multipli

Dopo aver preso in esame i collegamenti in visibilità ed analizzato i fenomeni legati al territorio ed atmosferici, occupiamoci ora degli aspetti conseguenti la ricezione di più di una replica ritardata di uno stesso segnale trasmesso. Infatti oltre i 30 MHz (nonostante la direttività delle antenne) alcuni raggi obliqui possono incontrare superfici riflettenti come laghi o masse d'acqua, essere riflessi dagli strati atmosferici, o percorrere notevoli distanze nei condotti atmosferici¹⁸ per poi tornare al suolo, e causare la ricezione di una (o più) eco ripetuta dello stesso segnale. In questi casi il collegamento si dice affetto da *multipath*, e può essere caratterizzato mediante una risposta impulsiva del tipo

$$h(t) = \sum_{n=1}^N a_n \delta(t - \tau_n) \quad (20.7)$$

in cui i valori τ_n sono i ritardi con cui si presentano le diverse eco, ognuna caratterizzata da una ampiezza a_n , in accordo allo schema di filtro trasversale presentato al § 5.2. La presenza del multipath comporta che la corrispondente risposta in frequenza

$$H(f) = \sum_{n=1}^N a_n e^{-j2\pi f \tau_n} \quad (20.8)$$

¹⁸Nel caso in cui una massa d'aria calda ne sovrasti una più fredda, si verifica una *inversione* dell'indice di rifrazione, e l'onda elettromagnetica si propaga come lungo una *guida d'onda*, vedi anche http://en.wikipedia.org/wiki/Tropospheric_propagation.

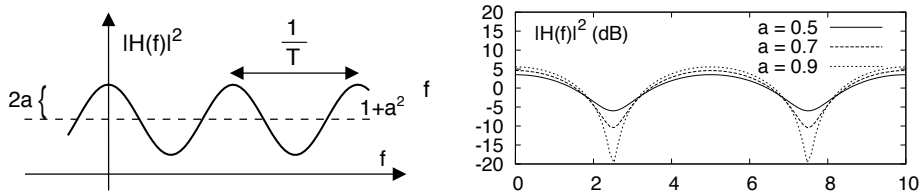


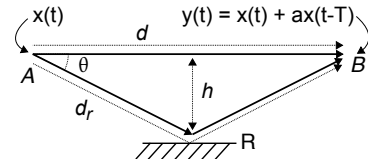
Figura 20.2: Modulo quadro della risposta in frequenza per un collegamento affetto da eco singola. A sinistra in scala lineare, a destra in dB

introduce *distorsione lineare*. Come esempio *semplice* consideriamo la presenza di una *eco singola* con ritardo T , per il quale (vedi § 5.2.3) il modulo quadro della risposta in frequenza risulta

$$|H(f)|^2 = 1 + a^2 + 2a \cos 2\pi f T$$

periodico in frequenza con periodo $f = \frac{1}{T}$, come mostrato in fig. 20.2 per valori lineari ed in dB, e per diverse scelte di a . Osserviamo che per valori $a \approx 1$ la risposta in frequenza presenta una notevole attenuazione nell'intorno di $f = \frac{2k+1}{2T}$, impedendo di fatto la trasmissione su tali frequenze; inoltre all'aumentare di T le oscillazioni di $|H(f)|^2$ si infittiscono e dunque aumenta la possibilità che $|H(f)|^2$ vari di molto nella banda del segnale¹⁹, causando una distorsione lineare che sarà necessario equalizzare.

Esempio Consideriamo la geometria descritta in figura, in cui un collegamento di portata d tra A e B subisce un fenomeno di riflessione a metà della sua lunghezza, da parte di una superficie riflettente R che dista h dalla congiungente, e

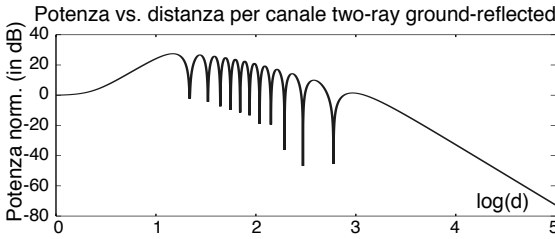


ricaviamo l'espressione del ritardo T . Ricordando che $tempo = \frac{spazio}{velocità}$ e indicando con d la distanza d_{AB} e con d_r quella percorsa dall'onda riflessa, otteniamo che la differenza tra i tempi di arrivo dell'onda diretta e riflessa vale $T = \frac{1}{c} (d_r - d)$; inoltre, dalla trigonometria risulta che $\frac{d}{2} = \frac{d_r}{2} \cos \theta$. Combinando le due relazioni otteniamo che $T = \frac{d}{c} \left(\frac{1}{\cos \theta} - 1 \right)$, in cui $\theta = \arctan \frac{h}{d/2} = \arctan 2 \frac{h}{d}$. Attualizzando il risultato ad uno scenario in cui $d = 1$ Km ed $h = 100$ metri, si ottiene $\theta = 11^\circ 31'$, $\cos \theta = 0.98$, e $T = 0,066 \mu\text{secondi}$. Pertanto $|H(f)|^2$ presenta un periodo (in frequenza) di $\frac{1}{T} = 15.15 \cdot 10^6 = 15.15$ MHz.

Modello two-ray ground-reflected E' il nome attribuito allo schema descritto dall'esempio precedente, esteso ad un caso generale in cui vengono prese in considerazione possibili altezze differenti per le antenne, il cui guadagno viene considerato variabile in funzione dell'angolo di emissione, e sono prese in considerazione le caratteristiche del coefficiente di riflessione al suolo. L'approfondita analisi²⁰ di tali particolarità porta al risultato che per distanze brevi tra le antenne le onde diretta e

¹⁹Ad esempio, desiderando $\frac{1}{T} > 1$ MHz, si ottiene $T_{Max} = 1 \mu\text{sec}$; se l'onda radio si propaga alla velocità $c = 3 \cdot 10^8$ m/sec, la massima differenza di percorso vale $\Delta_{max} = c \cdot T_{Max} = 3 \cdot 10^8 \cdot 10^{-6} = 300$ metri.

²⁰Vedi ad esempio https://en.wikipedia.org/wiki/Two-ray_ground-reflection_model, da cui è tratta l'immagine mostrata. Molto interessante, anche l'applet java disponibile presso https://www.cdt21.com/technical_tools/wave-propagation-calculation-tool, che grafica l'andamento della attenuazione del modello al variare di alcuni dei parametri sopra illustrati.



riflessa si sommano costruttivamente, producendo ad un guadagno anziché ad una attenuazione; aumentando la distanza si assiste ad una attenuazione che cresce con d^2 , come per il caso di spazio libero, ma con sovrapposta l'oscillazione illustrata

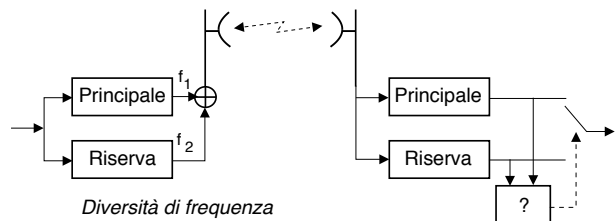
in figura, e che dipende dalla geometria del problema. Oltre una distanza detta *critica*, e che corrisponde alla prima zona di Fresnel, l'attenuazione aumenta con d^4 .

Il fading piatto Quando la banda del segnale è sufficientemente piccola rispetto a $\frac{1}{T}$ ed $|H(f)|^2$ si può considerare costante in tale banda (§ 13.1.2.4), l'attenuazione dovuta ai cammini multipli prende il nome di *flat fading* (vedi § 20.4.5). Il termine *fading* si traduce come *affievolimento* o *evanescenza*, ma è spesso usato in inglese, cosicché l'assenza di distorsione lineare per segnali a banda stretta è anche detta condizione di *fading piatto*, sottintendendo *in frequenza*. Nel seguito continuiamo a riferirci alle attenuazioni supplementari con il termine più generale di fading.

20.3.3.1 Collegamento in diversità

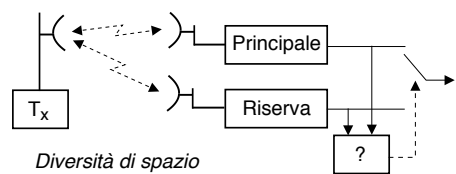
Quando la banda del segnale è sufficientemente estesa da non poter considerare $|H(f)|^2$ costante il *fading* causato dai cammini multipli viene detto *selettivo in frequenza*, potendo le variazioni di $|H(f)|^2$ diventare anche rilevanti quando due repliche del segnale giungono al ricevitore con ampiezze molto simili. Una via per ridurre la probabilità di subire forti attenuazioni a specifiche frequenze è quella di prevedere una *ridondanza* degli apparati, in modo da realizzare vie di collegamento *alternative*. Entrambi gli aspetti illustrati appresso saranno approfonditamente sviluppati ai § successivi.

Diversità di frequenza Ideata per prima in ordine di tempo, consiste nel trasmettere lo stesso messaggio mediante *due* diverse portanti: se una delle due subisce attenuazione, la trasmissione



che utilizza l'altra ne è probabilmente esente (o viceversa). Qualora il collegamento tra le antenne sia condiviso tra diverse trasmissioni, una unica *via di riserva* può essere impiegata per fornire una ridondanza $N : 1$. Ad esempio in una trasmissione multiplata FDM (§ 11.1.1.2) la portante di riserva viene assegnata al canale del banco FDM che presenta la maggiore attenuazione.

Diversità di spazio Trasmettendo invece lo stesso segnale mediante due diverse antenne (riceventi o trasmittenti) collocate in posizioni diverse, le copie del segnale prodotte dai cammini multipli giungono a destinazione con



ritardi differenti per le due antenne, e dunque la risposta in frequenza (20.8) è differente nei due casi. Pertanto anche se un ricevitore subisce una attenuazione selettiva ad una determinata frequenza, l'altro ricevitore può esserne esente.

Esempio Utilizzando lo stesso modello di propagazione e gli stessi dati del precedente esempio, valutiamo cosa accade se la riserva viene posta *dieci metri più indietro* dell'antenna principale. In tal caso il nuovo ritardo tra il raggio diretto e quello riflesso diviene pari a $T' = 65.3$ nanosecondi contro $T = 66.0$ nsec ottenuti per la via principale, e dunque $|H(f)|^2$ per la riserva ha un periodo pari a $1/T' = 15.29$ MHz, una differenza di 140 KHz. Per ottenere che i minimi della $|H(f)|^2$ nei due casi siano distanziati di almeno 3 MHz, ovvero il 20% del periodo in frequenza, occorre operare con portanti oltre i 300 MHz.

20.4 Collegamenti radiomobili

Le condizioni di propagazione per comunicazioni radiomobili, come nel caso della telefonia cellulare, presentano diversi aspetti particolari che influenzano il fading.

Innanzitutto l'antenna del terminale mobile è molto vicina al suolo, e ciò comporta la presenza di una eco fissa da terra, quasi sempre il mancato rispetto delle condizioni di Fresnel²¹, ed una attenuazione supplementare da assorbimento terrestre. *Inoltre* (specie in ambito urbano) si verifica

un elevato numero di cammini multipli e diffrazioni, che per di più variano nel tempo in conseguenza dello spostamento del terminale. *Infine* l'uso condiviso di una stessa

banda di frequenze radio da parte di una moltitudine di terminali determina la necessità di riusare le stesse frequenze in regioni differenti²², e l'attuazione di meccanismi di codifica di canale (§ 17.4) per ridurre gli effetti delle interferenze e del fading variabile²³.

Analizziamo di seguito i fenomeni legati a *posizione* ed *ambiente*, fornendo modelli che descrivono le *attenuazioni supplementari* ed i fenomeni di *multipath variabile*, rimandando la discussione sulle *tecniche di accesso multiplo* ai §§ 16.8.12 e 16.9.2.5.

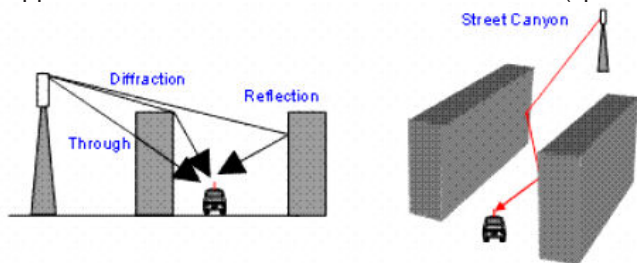
20.4.1 Le componenti del fading

Al fine di distinguere tra le diverse cause di fading, la rappresentazione grafica del bilancio di collegamento mostrata a pag. 639 può essere re-impostata come illustrato in fig. 20.3, in cui si considera una componente di attenuazione *nominale* A_{pl} indicata come *path loss* (o attenuazione di percorso), e due componenti *aleatorie* di attenuazione

²¹Alla frequenza di 1 GHz si ha $\lambda = 30$ cm e per una distanza di 100 metri dal trasmettitore si ottiene un raggio massimo dell'ellissoide pari a $\frac{1}{2}\sqrt{3} \cdot 100 = \frac{1}{2}\sqrt{30} \approx 2.7$ metri.

²²Vedi ad es. i §§ 11.1.1.3, 16.9.2.5, 16.8.12.

²³Mentre il fading produce una attenuazione variabile sul segnale, la stessa variabilità delle condizioni di propagazione può portare a livelli di interferenza variabili, causati da altre trasmissioni nella stessa banda. La variabilità temporale della qualità del segnale ricevuto, in particolare quella *veloce* (vedi § 20.4.6), produce errori a *burst*, che possono essere corretti mediante codifica di canale ed interleaving (vedi § 15.6.2.3).



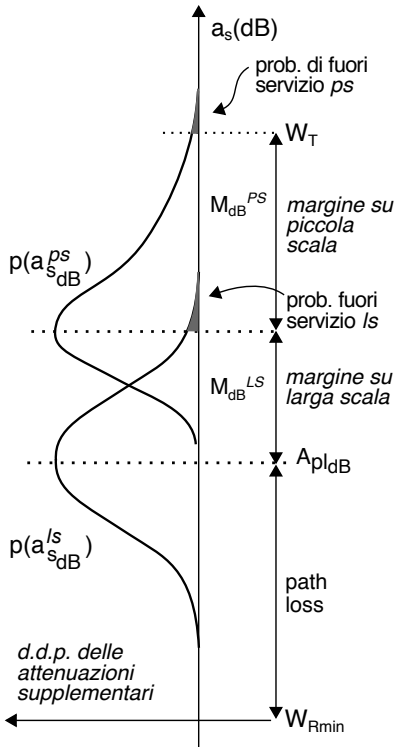


Figura 20.3: Bilancio di collegamento per il caso radiomobile

urbano ed *indoor*, che possono produrre una attenuazione supplementare $a_{s,dB}^{ps}$ maggiore del caso precedente, una $H(f)$ selettiva in frequenza, e se è presente movimento del ricevitore e/o delle superfici riflettenti, la variabilità temporale di $a_{s,dB}^{ps}$; a seconda se la rapidità di variazione sia maggiore o minore del periodo di simbolo, si distingue ulteriormente in *fast* e *slow fading*. Questi effetti sono analizzati al § 20.4.4, dove si determina il margine M_{dB}^{ps} necessario a rendere trascurabile la probabilità che $a_{s,dB}^{ps} > M_{dB}^{ps}$; mentre ai § 20.4.5 e 20.4.6 si illustrano gli effetti dei fenomeni di variabilità in frequenza e nel tempo.

La fig. 20.3 mostra come queste tre componenti di attenuazione si sommano²⁴ al fine di determinare la potenza che occorre trasmettere

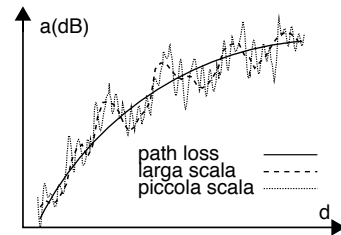
$$W_T = W_{Rmin} + A_d + M_{dB}^{ls} + M_{dB}^{ps}$$

mentre quella a lato tenta di rappresentare come varia la somma dei tre contributi di attenuazione con la posizione del ricevitore.

supplementare legate a posizione e movimento, indicate rispettivamente come *fading* su *larga scala* o *shadowing* (ombreggiatura) a_s^{ls} e *fading* su *piccola scala* a_s^{ps} .

Il valore di attenuazione A_{pl} del *path loss* risulta maggiore di quello A_{sl} di spazio libero (eq. 20.4) a causa delle condizioni di propagazione non ideali, determinando una attenuazione disponibile A_d più elevata, come analizzato al § 20.4.2. L'attenuazione supplementare su *larga scala* a_s^{ls} tiene conto dei fenomeni lentamente variabili nel tempo, come la frapposizione di rilievi, edifici, ed alberi: essa non varia di molto con il movimento del ricevitore, ed al § 20.4.3 si mostra come il suo valore *in dB* possa considerarsi quello di una v.a. gaussiana a media nulla e varianza σ_{ls}^2 , consentendo di determinare il *margine su larga scala* M_{dB}^{ls} come quel valore di $a_{s,dB}^{ls}$ che viene superato con probabilità sufficientemente bassa.

La variabilità su *piccola scala* è quella che maggiormente caratterizza il *fading*, e tiene conto degli innumerevoli cammini multipli presenti in ambito



²⁴Considerando le v.a. statisticamente indipendenti.

20.4.2 Path loss

La dipendenza della attenuazione dal quadrato della distanza espressa dalla (20.4) si riferisce al caso ideale di spazio libero; misurazioni *reali* mostrano che invece l'esponente di d aumenta fino alla quarta potenza, a seconda del tipo di ambiente (urbano, rurale) e dell'altezza dell'antenna ricevente²⁵. Pertanto il termine $20 \log_{10} d$ (Km) che compare in (20.6) viene sostituito con $A_{pl} = n \cdot 10 \log_{10} d$ (Km) + α , e quindi in questo caso anziché la (20.6), l'espressione da usare per l'attenuazione disponibile è

$$A_d \text{ (dB)} = 32.4 + 20 \log_{10} f \text{ (MHz)} + n \cdot 10 \log_{10} d \text{ (Km)} + \alpha - G_T \text{ (dB)} - G_R \text{ (dB)} \quad (20.9)$$

in cui n ed α sono determinati in base a *campagne di misura*, e tengono conto delle condizioni operative. Il valore di n varia da 4 a 3 con $d < 100$ metri, all'aumentare dell'altezza dell'antenna fissa, mentre il termine α può variare da 7 a 15 dB con antenna fissa alta 30 e 10 metri rispettivamente, e subire un incremento di quasi 30 dB passando da un ambiente aperto ad un ambito urbano.

Esercizio Valutare il path loss per un collegamento a 2 GHz lungo un chilometro, considerando le antenne omnidirezionali, in un ambiente per il quale sono stati stimati i parametri $n = 4$ e $\alpha = 32$.

E' sufficiente applicare la (20.9) utilizzando i valori forniti per i parametri:

$$A_d \text{ (dB)} = 32.4 + 20 \log_{10} 2 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10 \log_{10} 1 + 32 = 130.4 \text{ dB.}$$

20.4.3 Fading su larga scala e shadowing

La stima delle grandezze n ed α ora introdotte è svolta *mediando* i risultati di diverse misure condotte nel territorio che si intende caratterizzare, misure che in realtà variano spostandosi tra territori diversi, in cui si riscontrano valori di fading diversi, anche per uguali valori di d . Questo fenomeno è indicato come *slow fading* oltre che *su larga scala*, poiché non si presenta muovendosi di poco in una stessa zona, dipendendo dalla orografia del territorio e dalla natura degli oggetti limitrofi. Ma anche stando fermi, non conoscendo a priori in che zona ci si trovi, l'effetto del *fading su larga scala* (LS) si manifesta come una attenuazione supplementare a_s aleatoria, che risulta avere un andamento gaussiano in dB²⁶ (per questo detto *lognormale*) ed a media nulla, cioè del

²⁵Inoltre, la condizione di NLOS introduce una attenuazione supplementare *costante*. Per una rassegna dei diversi modelli di propagazione, si veda ad es.

<http://www.slideshare.net/deepakecrbs/propagation-model>.

²⁶La d.d.p. gaussiana discende dall'ipotesi che uno dei cammini multipli pervenga al ricevitore con una potenza nettamente predominante rispetto agli altri. In questo caso l'involuppo complesso \underline{x} del segnale ricevuto è adeguatamente rappresentato da una v.a. di Rice (vedi pag. 425) $\underline{x} = a + \underline{r}$, in cui $|\underline{r}|$ ha d.d.p. di Rayleigh e rappresenta l'effetto di molte cause indipendenti, relative ai cammini multipli, ed a è l'ampiezza della eco di segnale ricevuta con la maggiore ampiezza. Se $a \gg |\underline{r}|$ possiamo scrivere

$$\begin{aligned} a_s \text{ (dB)} &= 10 \log_{10} \frac{1}{|a+\underline{r}|^2} = -10 \log_{10} \left((a+r_c)^2 + r_s^2 \right) = \\ &= -10 \log_{10} \frac{a^2}{a^2} \left(a^2 + 2ar_c + r_c^2 + r_s^2 \right) = 10 \left(\log_{10} a^2 + \log_{10} \left(1 + \frac{2r_c}{a} + \frac{|r|^2}{a^2} \right) \right) = \\ &\approx 10 \left(\log_{10} a^2 + \log_{10} \left(1 + \frac{2r_c}{a} \right) \right) \approx 10 \left(\log_{10} a^2 + \frac{2r_c}{a} \right) = 10 \log_{10} a^2 + 20 \frac{r_c}{a} \end{aligned}$$

in quanto $\log(1+\alpha) \approx \alpha$ con $\alpha \ll 1$, e quindi a_s (dB) ha media $10 \log_{10} a^2$ (compresa nel *path loss*) ed esibisce una d.d.p. gaussiana, la stessa di r_c .

tipo

$$p_{A_s}(a_s(\text{dB})) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left\{-\frac{(a_s(\text{dB}))^2}{2\sigma_{ls}^2}\right\}$$

dove σ_{ls} varia tra 6 ed 8 dB per una altezza dell'antenna tra 5 e 15 metri²⁷. Per velocità del mobile non superiori ai 15 Km/h si può assumere a_s costante in frequenza per qualche MHz, e nel tempo per poche centinaia di millisecondi.

Esempio Una trasmissione LOS per la quale occorre ricevere una potenza di almeno $W_R = -50$ dBm è realizzata mediante un collegamento radio tra antenne omnidirezionali poste a $d = 20$ Km e con portante $f_0 = 27$ MHz. Determinare la potenza W_T^{slib} che occorre trasmettere in condizioni di *spazio libero*, e la nuova potenza W_T^{sfad} necessaria a garantire una probabilità di fuori servizio pari al 5%, in presenza di un fading *su larga scala* caratterizzato da $\sigma_{ls} = 3$ dB. Utilizziamo la (20.6) per calcolare

$$\begin{aligned} A_d(\text{dB}) &= 32.4 + 20 \log_{10} f(\text{MHz}) + 20 \log_{10} d(\text{Km}) - G_T(\text{dB}) - G_R(\text{dB}) = \\ &= 32.4 + 20 \log_{10} 27 + 20 \log_{10} 20 = 32.4 + 28.6 + 26 = 87 \text{ dB} \end{aligned}$$

da cui si ottiene

$$W_T^{slib}(\text{dBm}) = W_R(\text{dBm}) + A_d(\text{dB}) = -50 + 87 = 37 \text{ dBm}$$

pari a 7 dBW ovvero $10^{0.7} = 5$ Watt. Il fading su larga scala produce una attenuazione supplementare aleatoria con d.d.p. gaussiana in dB, e la probabilità di fuori servizio del 5% corrisponde al punto della curva di pag. 154 per cui $0.05 = \frac{1}{2} \text{erfc}\left(\frac{M_{dB}^{ls}}{\sqrt{2}\sigma_{ls}}\right)$, e quindi graficamente si ottiene $\frac{M_{dB}^{ls}}{\sqrt{2}\sigma_{ls}} = 1.5$, da cui $M_{dB}^{ls} = 1.5 \cdot \sqrt{2} \cdot 3 = 1.5 \cdot 1.41 \cdot 3 = 6.3$ dB, che ci consente di calcolare la nuova W_T^{sfad} come $W_T^{sfad}(\text{dBW}) = W_T^{slib}(\text{dBW}) + M_{dB}^{ls} = 7 + 6.3 = 13.3$ dBW, ovvero $10^{1.33} = 21.4$ Watt.

20.4.4 Fading su piccola scala

Consiste nella fluttuazione di livello del segnale radio osservata durante *il movimento*, e causata dalla variazione dei ritardi con cui i cammini multipli giungono al ricevitore: spostandosi infatti di $\frac{\lambda}{2}$ si può passare²⁸ da una situazione di somma coerente ad una completa opposizione di fase. Analizziamo ora la situazione dal punto di vista del livello di segnale ricevuto, distinguendo tra i casi di fading *piatto*, di *Rayleigh* e di *Rice*.

Fading piatto Considerando che la (20.7) consente di scrivere il segnale ricevuto come $y(t) = \sum_{n=1}^N a_n x(t - \tau_n)$, il relativo inviluppo complesso $\underline{y}(t)$ in presenza di cammini multipli può essere espresso in funzione di quello trasmesso $\underline{x}(t)$ come²⁹

²⁷ Anche se l'aumentare dell'altezza di una antenna ne estende la relativa area di copertura, in ambito urbano questo corrisponde ad una maggiore variabilità delle effettive condizioni operative.

²⁸ A frequenza di 1 Ghz, si ha $\lambda \approx 30$ cm. Questo fenomeno può essere facilmente sperimentato quando, durante una sosta al semaforo, si perde la sintonia di una radio FM, riacquistandola per piccoli spostamenti dell'auto; un altro esempio può essere la *ricerca del campo* per poter telefonare.

²⁹ La (20.10) discende dal considerare un generico segnale modulato $x(t) = a(t) \cos(2\pi f_0 t + \varphi(t))$ ed il suo inviluppo complesso $\underline{x}(t) = a(t) e^{j\varphi(t)}$: per ogni sua replica ritardata $x_n(t) = x(t - \tau_n)$ possiamo scrivere

$$\underline{y}(t) = \sum_{n=1}^N a_n \underline{x}(t - \tau_n) e^{-j2\pi f_0 \tau_n} = \sum_{n=1}^N a_n \underline{x}(t - \tau_n) e^{-j\varphi_n} \quad (20.10)$$

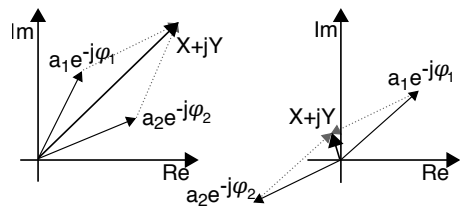
in cui τ_n è il ritardo dell' n -esimo cammino, a_n il rispettivo guadagno, e $\varphi_n = 2\pi f_0 \tau_n$ la rotazione del associata. Se durante il tempo che intercorre tra l'arrivo della prima replica (ritardata di τ_{min}) e l'arrivo dell'ultima (ritardata di τ_{max}) il segnale $\underline{x}(t)$ non varia di molto (e cioè $\underline{x}(t - \tau_{min}) \approx \underline{x}(t - \tau_n) \approx \underline{x}(t - \tau_{max})$)³⁰ il risultato equivale alla moltiplicazione di $\underline{x}(t)$ per un numero complesso, senza quindi produrre distorsione lineare (vedi § 13.1.2.4). Infatti in tal caso la (20.10) può essere riscritta come

$$\begin{aligned} \underline{y}(t) &\approx \underline{x}(t) \sum_{n=1}^N a_n e^{-j\varphi_n} = \underline{x}(t) \sum_{n=1}^N a_n (\cos \varphi_n - j \sin \varphi_n) \\ &= \underline{x}(t) \cdot (X + jY) = \underline{x}(t) \cdot \rho e^{j\varphi} \end{aligned} \quad (20.11)$$

in cui il valore complesso

$$X + jY = \rho e^{j\varphi} = \sum_{n=1}^N a_n \cos \varphi_n - j \sum_{n=1}^N a_n \sin \varphi_n$$

riassume l'effetto delle diverse repliche e costituisce una v.a. gaussiana complessa, in quanto a partire da valori della portante f_0 dell'ordine dell'inverso di $\frac{1}{\tau_n}$, e tanto più per f_0 più elevate³¹, bastano piccole variazioni di ritardo τ_n per produrre una fase $\varphi_n = 2\pi f_0 \tau_n$ (nota 29)



uniformemente distribuita tra 0 e 2π e del tutto indipendente per le diverse repliche. Pertanto se anche i valori a_n sono realizzazioni di v.a. indipendenti ed equidistribuite, e se i cammini multipli sono in numero elevato, si applica il teorema centrale del limite (§ 6.7.2), e quindi i valori di X ed Y nella (20.11) possono considerarsi realizzazioni di v.a. indipendenti, gaussiane, a media nulla ed uguale varianza σ^2 .

Fading di Rayleigh Consideriamo ora l'ampiezza $|\underline{y}(t)|$ del segnale ricevuto, che dalla (20.11) risulta pari a $|\underline{y}(t)| = \rho \cdot |\underline{x}(t)|$, in cui nelle condizioni descritte $\rho = \sqrt{X^2 + Y^2}$ è una v.a. di RAYLEIGH (pag. 423) la cui d.d.p. ha espressione

$$p_P(\rho) = \frac{\rho}{\sigma^2} e^{-\frac{\rho^2}{2\sigma^2}} \quad (20.12)$$

$x_n(t) = a(t - \tau_n) \cos [2\pi f_0(t - \tau_n) + \varphi(t - \tau_n)] = a(t - \tau_n) \cos (2\pi f_0 t - 2\pi f_0 \tau_n + \varphi(t - \tau_n))$
ed il cui involuppo complesso rispetto ad f_0 può quindi essere espresso come

$$\underline{x}_n(t) = \underbrace{a(t - \tau_n)}_{\underline{x}(t - \tau_n)} e^{j\varphi(t - \tau_n)} e^{-j2\pi f_0 \tau_n} = \underline{x}(t - \tau_n) e^{-j2\pi f_0 \tau_n}$$

³⁰Si consideri che il risultato dell'esempio di pag. 673 valuta i ritardi in gioco dell'ordine di grandezza delle decine di nanosecondi, mentre (ad esempio) ad un segnale $\underline{x}(t)$ limitato in banda a 10 KHz corrisponde un periodo di campionamento $T_c = 50 \mu\text{sec}$.

³¹Se ad esempio i ritardi τ_n sono dell'ordine di 10^{-8} , l'ipotesi è valida per $f_0 > 100 \text{ MHz}$, quasi 1/10 delle frequenze a cui operano i radiomobili.

con $\rho \geq 0$. Il valore della *potenza istantanea* ricevuta, legata³² a $|y(t)|^2 = \rho^2 |x(t)|^2$, risulta pertanto variato di una quantità pari a ρ^2 , che è una v.a. *esponenziale negativa*³³, descritta dalla d.d.p. (vedi § 22.2.1)

$$p_E(\rho^2) = \lambda e^{-\lambda \rho^2} = \frac{1}{2\sigma^2} e^{-\frac{\rho^2}{2\sigma^2}} \tag{20.13}$$

dove si è posto in evidenza il valor medio

$$m_{\rho^2} = E\{\rho^2\} = 1/\lambda = 2\sigma^2$$

In base alla (20.13) è possibile determinare il margine M_{dB}^{PS} necessario a contrastare un fading di Rayleigh, qualora si desideri una *probabilità di fuori servizio* pari a p ³⁴:

$$M_{dB}^{PS} = -10 \log_{10}(-\ln(1-p)) \tag{20.14}$$

il cui andamento è mostrato a lato al variare del grado di servizio.

Qualora trasmettitore, ricevitore ed ambiente siano *statici*, ρ assume un unico valore casuale distribuito come indicato dalla (20.12). Se invece (ad es.) il ricevitore è in movimento i cammini multipli si modificano nel tempo, e la figura 20.4 mostra come varia la potenza in dB del segnale ricevuto, relativamente alle condizioni di ricezione *medie* (ovvero su larga scala, rappresentate dalla condizione di zero dB), per posizioni via via

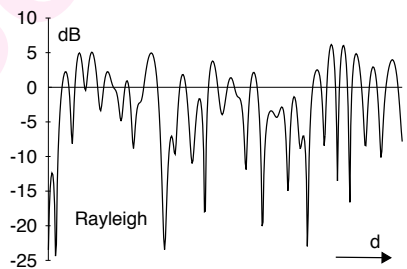
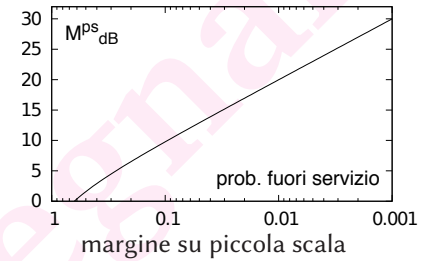


Figura 20.4: Intensità del segnale con fading di Rayleigh

³²Per semplicità nel seguito consideriamo $x(t)$ a potenza unitaria, in modo che ρ^2 sia proprio la potenza istantanea ricevuta.

³³Impostando il cambiamento di variabile $s = \rho^2$ si possono applicare le regole viste al § 6.4, individuando la funzione inversa come $\rho = \sqrt{s}$, la cui $\frac{d}{ds}\rho(s)$ fornisce $\frac{1}{2\sqrt{s}}$.

Pertanto la d.d.p. della nuova v.a. s vale

$$\begin{aligned} p_S(s) &= p_P(\sqrt{s}) \cdot \frac{d}{ds}\rho(s) = \frac{\sqrt{s}}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{(\sqrt{s})^2}{2\sigma^2}\right) \cdot \frac{1}{2\sqrt{s}} = \\ &= \frac{1}{2\sigma^2} \exp\left(-\frac{s}{2\sigma^2}\right) \end{aligned}$$

In figura si mostra il processo di costruzione grafica che produce una d.d.p. esponenziale negativa a partire dal quadrato di una d.d.p. di Rayleigh.



³⁴A tal fine osserviamo che il collegamento va fuori servizio quando la potenza ricevuta è inferiore alla sensibilità del ricevitore W_{Rmin} , e la probabilità di questo evento si esprime come $p = Pr(\rho^2 < W_{Rmin}) = 1 - \exp\left(-\frac{W_{Rmin}}{m_{\rho^2}}\right)$, essendo appunto ρ^2 una v.a. a d.d.p. esponenziale con media $m_{\rho^2} = 2\sigma^2$, e tenendo conto dell'eq. (22.3) a pag. 767. Al tempo stesso, $m_{\rho^2} = E\{\rho^2\}$ rappresenta la potenza *media* ricevuta, ovvero lo *zero dB* di fig. 20.4: esprimendo dunque il margine M (non in dB) come il rapporto tra la potenza media ricevuta e la sensibilità del ricevitore $M = \frac{m_{\rho^2}}{W_{Rmin}}$, si ottiene $p = 1 - e^{-\frac{1}{M}}$, e quindi $-\frac{1}{M} = \ln(1-p)$ e, passando ai decibel, $-10 \log_{10} M = 10 \log_{10}(-\ln(1-p))$, da cui la (20.14).

più distanti: si nota chiaramente come la potenza possa diminuire anche di molto, condizione indicata come *deep fade*.

Frequenza e durata media del fading Se è presente movimento a *velocità costante* la fig. 20.4 rappresenta altrettanto bene l'andamento di ρ^2/m_{ρ^2} (dB) in funzione del tempo. In tal caso è interessante valutare *per quanto tempo* la potenza istantanea ρ^2 del segnale ricevuto *scende sotto* la soglia W_{Rmin} , e dunque valutare quanti bit, ricadendo in tale intervallo temporale, saranno soggetti ad una P_e peggiore di quella desiderata. Come osservato alla nota 34 la probabilità che ρ^2 sia minore di W_{Rmin} vale

$$p = Pr(\rho^2 < W_{Rmin}) = 1 - \exp\left(-\frac{W_{Rmin}}{m_{\rho^2}}\right) \quad (20.15)$$

e la durata media $\bar{\tau}_a$ di questo evento si ottiene dividendo p per il *numero medio* N_a di affievolimenti per secondo³⁵, ovvero $\bar{\tau}_a = \frac{p}{N_a}$. D'altra parte, si può mostrare che risulta

$$N_a = \sqrt{2\pi}f_D\alpha e^{-\alpha^2} \quad (20.16)$$

in cui si è posto $\alpha^2 = \frac{W_{Rmin}}{m_{\rho^2}} = \frac{1}{M^{ps}}$, mentre f_D è la massima *deviazione doppler* (pag. 687) che come vedremo è direttamente legata alla velocità di movimento: infatti, per velocità maggiori aumenta la frequenza dei fenomeni di fading. Combinando le (20.15) e (20.16) si ottiene pertanto

$$\bar{\tau}_a = \frac{p}{N_a} = \frac{1 - e^{-\alpha^2}}{\sqrt{2\pi}f_D\alpha e^{-\alpha^2}} = \frac{e^{\alpha^2} - 1}{\sqrt{2\pi}f_D\alpha} \quad (20.17)$$

il cui andamento *normalizzato* è rappresentato nella figura 20.5 assieme a quello di N_a , al variare di α ovvero di $M_{dB}^{ps} = 10 \log_{10} \frac{1}{\alpha^2} = -20 \log_{10} \alpha$.

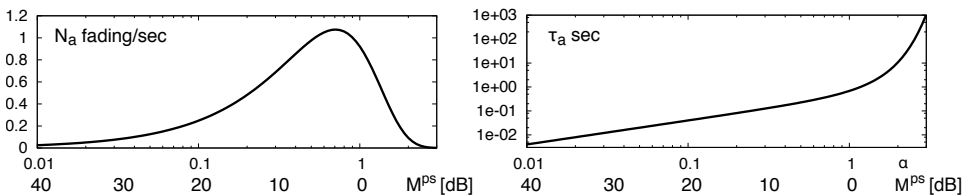


Figura 20.5: Frequenza e durata media del fading di Rayleigh per $f_D=1$ Hz in funzione di α ovvero di M_{dB}^{ps}

Esercizio Valutare la durata media del fading di Rayleigh in presenza di doppler $f_D = 20$ Hz e di un margine $M_{dB}^{ps} = 20$ dB. Consideriamo quindi errato un bit se durante il suo periodo T_b si verifica un affievolimento che rende la potenza istantanea ricevuta minore

³⁵Infatti in tal modo la percentuale di tempo p viene *spalmata* su di un secondo, e suddivisa per il numero (medio) di volte (in un secondo) per cui avviene che $\rho^2 < W_{Rmin}$. **Esempio** Se $p = 0.1$ ed $N_a = 5$ fading/sec allora $\bar{\tau}_a = 0.1/5 = 0.02$, ossia 20 msec, ripartendo i 100 msec (10% di 1 secondo) sui 5 affievolimenti medi.

di quella media per più di M_{dB}^{ps} . In presenza di una modulazione BPSK a velocità $f_b = 50$ bit/sec, quanti sono in media i bit errati per secondo, e la corrispondente P_e^{bit} ?

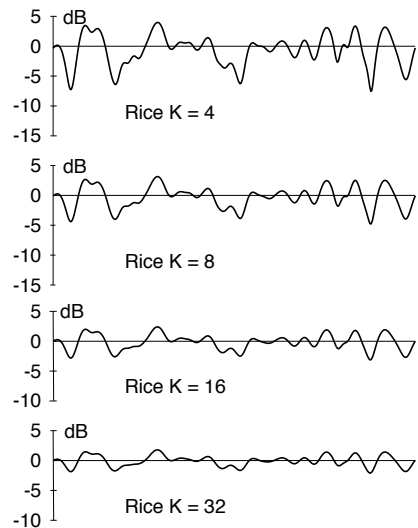
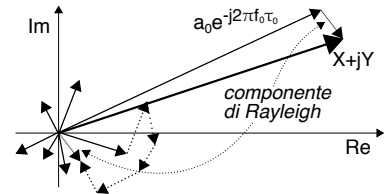
Ad un $M_{dB}^{ps} = 20$ dB corrisponde $\alpha = 0.1$, ed in base alla (20.17) si ottiene $\bar{\tau}_a = 2$ msec, minore di $T_b = 1/50 = 20$ msec, e quindi l'intervallo temporale per cui il fading è maggiore del margine, interessa un solo bit. Mediante la (20.16) (con $\alpha = 0.1$ e $f_D = 20$ Hz) si ottiene che $N_a = 4.96$ fading/sec, e dunque in un secondo risultano errati quasi 5 bit su 50, ovvero $P_e^{bit} = 5/50 = 0.1$.

Come evidente, ottenere il margine a partire dal % di fuori servizio (eq. (20.14)), e poi dal margine risalire alla P_e , è un procedimento un po' contorto. Un'elegante alternativa che non richiede di passare dal margine viene esposta all'appendice 20.5.1.

Fading di Rice Si verifica nel caso in cui le ampiezze a_n dei diversi percorsi che compaiono nella (20.10) non sono identicamente distribuite, ma ne esiste una (a_0 in figura) che *prevale* su tutte le altre, come quando l'antenna trasmittente si trova *in visibilità* (anche parziale) del ricevitore.

In questo caso il canale produce un guadagno aleatorio ρ caratterizzato da una d.d.p. di Rice, espressa dalla eq. (14.16) a pag. 425, essendo la risultante $X + Y$ tipicamente ora *vicina* al cammino prevalente $a_0 e^{-j2\pi f_0 \tau_0}$. In particolare il rapporto $K = a_0^2 / 2\sigma^2$ tra la potenza $a_0^2/2$ dell'onda diretta e quella σ^2 della componente dovuta al multipath prende il nome di *fattore di Rice*, e nella figura a lato si mostra come in presenza di una forte componente diretta la profondità del fading si riduca sensibilmente.

Effettivamente in corrispondenza di un K elevato il fading di Rice può essere descritto nei termini di un fading su larga scala (§ 20.4.3), come discusso alla nota 26. Viceversa qualora la ricezione avvenga principalmente in *assenza di visibilità* i valori del modulo dell'involuppo complesso del segnale $\rho(t) = |y(t)|$ sono soggetti al fading di Rayleigh precedentemente discusso.



20.4.5 Fading selettivo in frequenza

Individua il caso in cui $H(f)$ non può essere considerata costante, equivalente³⁶ a rimuovere l'ipotesi fatta a pag. 678 e dunque accettare che nell'intervallo temporale $\Delta\tau = \tau_{max} - \tau_{min}$ tra l'arrivo della prima e dell'ultima replica, detto anche *dispersione temporale*, il segnale possa modificare il suo valore. Per analizzare cosa succede par-

³⁶Visto che la causa nota per cui $H(f) \neq cost$ è l'eccessiva banda del segnale, a ciò corrisponde un maggior contenuto di alte frequenze e dunque una maggiore velocità di variazione temporale.

tiamo dalla (20.10) per scrivere l'espressione dell'involuppo complesso della risposta impulsiva del canale come³⁷

$$\underline{h}(t) = \sum_{n=0}^{N-1} a_n \delta(t - \tau_n) e^{-j2\pi f_0 \tau_n} = \sum_{n=0}^{N-1} Z_n \delta(t - \tau_n) \quad (20.18)$$

in cui si è posto $Z_n = a_n e^{-j2\pi f_0 \tau_n}$. Facciamo quindi l'ipotesi semplificatrice che i ritardi τ_n siano multipli di un comune intervallo T , cioè $\tau_n = nT$, considerando eventualmente nullo qualche valore a_n : in tal modo la (20.18) può essere assimilata all'espressione di un segnale campionato (§ 4.1) $\underline{h}^*(t) = \sum_{n=0}^{N-1} Z_n \delta(t - nT)$, interpretando dunque i coefficienti complessi Z_n come campioni di un processo $Z(t)$ ³⁸, ovvero $Z_n = Z(nT) = a_n e^{-j2\pi f_0 nT}$. Ciò consente di esprimere la risposta in frequenza equivalente di b.f. del canale come la DTFT (vedi § 4.4) della sequenza Z_n , ovvero

$$\underline{H}(f) = \sum_{n=0}^{N-1} Z_n e^{-j2\pi f nT} \quad (20.19)$$

Notiamo ora che i valori di $\underline{H}(f)$ in funzione di f sono variabili aleatorie, dipendendo dalle caratteristiche statistiche dei termini Z_n che per i motivi illustrati a pag. 679 sono v.a. complesse, indipendenti ed a valor medio nullo, e quindi (vedi § 7.5.3)

$$E \{ Z_n^* Z_{n+m} \} = \begin{cases} 0 & \text{se } m \neq 0 \\ \sigma_{a_n}^2 & \text{altrimenti} \end{cases} \quad (20.20)$$

in cui la sequenza di valori $\sigma_{a_n}^2 = E \{ a_n^2 \}$ è indicata nel seguito come...

Dispersione potenza-ritardo³⁹ E' costituita dalla sequenza $\mathcal{P}_n = E \{ a_n^2 \}$ e rappresenta la distribuzione temporale (media) della potenza (o energia) delle repliche del segnale. Infatti, trasmettendo un impulso di energia unitaria $\delta(t)$ si ricevono N impulsi di energia $\mathcal{E}_n = a_n^2$, ovvero viene ricevuto l'involuppo complesso $\underline{h}(t)$ espresso dalla (20.18), la cui energia vale

$$\mathcal{E}_h = \int_{-\infty}^{\infty} \underline{h}^*(t) \underline{h}(t) dt = \sum a_n^2 = \sum \mathcal{E}_n$$

ed il cui valore atteso rispetto all'aleatorietà degli a_n risulta $E \{ \mathcal{E}_h \} = \sum E \{ a_n^2 \} = \sum \mathcal{E}_n$.

Misura della dispersione potenza-ritardo Può essere portata a termine con tre diverse tecniche, di cui ci si limita ad accennare i principi operativi:

- un *primo* metodo consiste nel trasmettere una portante modulata in ampiezza da impulsi molto brevi, ottenendo dopo demodulazione la convoluzione tra l'impulso usato in trasmissione e l' $h(t)$ del canale: benché questa soluzione sia molto semplice, è affetta sia dal rumore a larga banda che *entra* nel passa-banda di ricezione, sia dalle interferenze presenti;
- una *seconda* tecnica fa invece uso di una segnale DSSS, il cui despreading in ricezione avviene variando di volta in volta la fase della PN: quando questa risulta allineata

³⁷Il cambiamento negli indici della sommatoria è legato a considerare l'origine dei tempi in corrispondenza al primo arrivato dei cammini multipli.

³⁸Si sottintende che T sia minore dell'inverso del doppio della banda di $Z(t)$, ovvero $T < 1/2W$.

³⁹Libera traduzione del termine POWER DELAY SPREAD.

temporalmente con una delle repliche dovute al multipath a valle del filtro passabasso si rivela *un massimo* con ampiezza legata ad a_n . In tal modo la sensibilità al rumore viene ridotta dal guadagno di processo, ma la misura richiede il tempo necessario a *provare* tutte le fasi della PN;

- l'ultimo metodo opera nel dominio della frequenza e si basa su diverse frequenze trasmesse una alla volta, la cui ampiezza e fase viene confrontata con quella ricevuta, come illustrato a pag. 74; i campioni della $H(f)$ così ottenuti sono quindi antitrasformati mediante IDFT, per ottenere i campioni di $h(t)$. Ma per effettuare il confronto, occorre che trasmettitore e ricevitore siano fisicamente vicini, e dunque il metodo è applicabile solo per ambiti *indoor*.

Una volta pervenuti alla misura della sequenza delle ampiezze a_n^2 l'operazione è ripetuta più volte spostandosi di poco alla volta⁴⁰, ed alla fine i risultati sono mediati tra loro in modo da ottenere una stima di $\mathcal{P}_n = \sigma_{a_n}^2 = E \{a_n^2\}$.

Da questa si possono derivare parametri statistici come il *ritardo medio*

$$\bar{\tau} = \frac{\sum_n \mathcal{P}_n \tau_n}{\sum_n \mathcal{P}_n}$$

e la *deviazione standard* dei ritardi

$$\sigma_\tau = \sqrt{\overline{\tau^2} - \bar{\tau}^2}$$

in cui $\overline{\tau^2} = \frac{\sum_n \mathcal{P}_n \tau_n^2}{\sum_n \mathcal{P}_n}$, mentre la *dispersione temporale*

$$\Delta\tau = \tau_{max} - \tau_{min}$$

è definita con riferimento ad una soglia che permette di distinguere le repliche dal rumore.

La figura 20.6 mostra la curva di *dispersione potenza-ritardo* misurata per un ambiente al coperto, per il quale sono calcolate $\bar{\tau}$, σ_τ e $\Delta\tau$ per una soglia di -10 dB. In appendice ?? sono riportati alcuni valori tipici di questi parametri per diversi contesti ambientali. L'andamento tendenziale rilevato per le \mathcal{P}_n misurate suggerisce l'approssimazione della dispersione potenza-ritardo mediante una densità esponenziale:

$$\mathcal{P}(\tau) = \frac{1}{\sigma_\tau} \exp\left(-\frac{\tau}{\sigma_\tau}\right) \quad \text{ovvero} \quad \mathcal{P}_n = \frac{1}{\sigma_\tau} \exp\left(-\frac{nT}{\sigma_\tau}\right) \quad (20.21)$$

Banda di coerenza Per poter descrivere la $H(f)$ definita dalla (20.19) ma in cui i termini Z_n sono aleatori, impostiamo l'analisi con lo scopo di valutare per quale intervallo Δf si ottengano coppie di valori della risposta in frequenza ($\underline{H}(f)$, $\underline{H}(f + \Delta f)$) che iniziano a divenire *incorrelati*, dato che in tal caso un segnale che occupa una banda

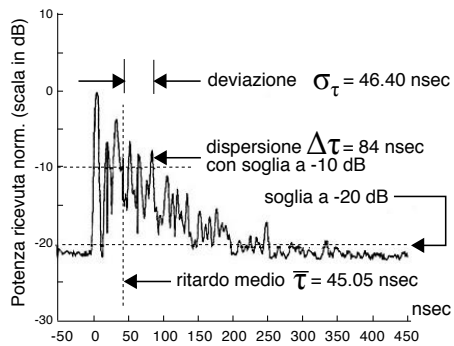


Figura 20.6: Profilo di dispersione potenza-ritardo per ambito indoor

⁴⁰Tipicamente di 1/4 della lunghezza d'onda relativa alla portante adottata.

comparabile a Δf è affetto da distorsione lineare. A tal fine, partendo dalla (20.19) interpretiamo $\underline{H}(f)$ come un processo ad *aleatorietà parametrica* (§ 6.3.7) in *frequenza*, e dunque ne calcoliamo la funzione di autocorrelazione (appunto, in frequenza):

$$\begin{aligned} \mathcal{R}_{\underline{H}}(\Delta f) &= E \{ \underline{H}^*(f) \underline{H}(f + \Delta f) \} = \\ &= \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{N-1} E \{ Z_n^* Z_m \} e^{j2\pi f n T} e^{-j2\pi(f+\Delta f)mT} = \sum_{n=0}^{N-1} \mathcal{P}_n e^{-j2\pi \Delta f n T} \end{aligned} \quad (20.22)$$

in cui all'ultimo passaggio si è applicata la (20.20) considerando $m = n$: $\mathcal{R}_{\underline{H}}(\Delta f)$ è dunque pari alla trasformata di Fourier di sequenze (§ 4.4) della dispersione potenza-ritardo $\mathcal{P}_n = \sigma_{a_n}^2 = E \{ a_n^2 \}$.

La *banda di coerenza* B_c è quindi definita come l'intervallo di frequenze Δf entro cui $\underline{H}(f)$ si mantiene *correlata*, e può essere fatto corrispondere alla *larghezza di banda* di $\mathcal{R}_{\underline{H}}(\Delta f)$. Pertanto, quanto più la dispersione temporale $\Delta\tau$ (o, più in generale, la deviazione σ_τ) risulta elevata, tanto minore sarà il valore di B_c . Convenzionalmente una sua valutazione approssimata ricade nell'intervallo

$$\frac{1}{50 \sigma_\tau} \leq B_c \leq \frac{1}{5 \sigma_\tau} \quad (20.23)$$

Esempio Consideriamo un canale radio in un contesto urbano, caratterizzato da una deviazione standard dei ritardi $\sigma_\tau = 5 \mu\text{sec}$, e per il quale si assume valida l'approssimazione del profilo di dispersione potenza-ritardo esponenziale (20.21), ovvero $\mathcal{P}(\tau) = \frac{1}{\sigma_\tau} e^{-\tau/\sigma_\tau}$. L'applicazione della (20.23) porta ad una stima di B_c compresa tra 4 e 40 KHz.

Dato che⁴¹ $\mathcal{R}_{\underline{H}}(\Delta f) = \mathcal{F} \{ \mathcal{P}(\tau) \} = \frac{1}{1+j2\pi\sigma_\tau\Delta f}$, osserviamo che questa ha il massimo nell'origine (vedi fig. 4.13 a pag. 108), ed il suo modulo si dimezza⁴² per $\Delta f = \frac{1}{3.63\sigma_\tau}$; pertanto la scelta $B_c = 1/5\sigma_\tau = 40 \text{ KHz}$ corrisponde ad una correlazione in frequenza maggiore di 0.5. Lo stesso calcolo mostra che scegliere invece la stima più restrittiva $B_c = 1/50\sigma_\tau = 4 \text{ KHz}$ corrisponde ad una correlazione $|\mathcal{R}_{\underline{H}}(\Delta f)| > 0.9$ (per l'esattezza, si ottiene $|\mathcal{R}_{\underline{H}}(\Delta f = 1/50\sigma_\tau)| = 0.94$).

Ricapitolando se la banda W del segnale modulato non eccede B_c ci si trova nelle condizioni di fading *piatto*, mentre se $W > B_c$ le componenti spettrali di $x(t)$ subiscono alterazioni statisticamente indipendenti, i cammini multipli causano un effetto filtrante, si manifesta ISI, ed il canale corrispondente viene detto *selettivo in frequenza*. Approssimando l'occupazione di banda di un segnale numerico modulato come il reciproco del periodo di simbolo $W \simeq \frac{1}{T_s}$, osserviamo che la condizione di fading piatto $W < B_c$ implica che $T_s \simeq \frac{1}{W} > \frac{1}{B_c} > \sigma_\tau$, ovvero la deviazione standard dei ritardi è ben inferiore al periodo di simbolo, limitando gli effetti dell'ISI.

⁴¹
$$\begin{aligned} \mathcal{F} \{ \mathcal{P}(\tau) \} &= \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{P}(\tau) e^{-j2\pi f \tau} d\tau = \frac{1}{\sigma_\tau} \int_0^{\infty} e^{-\frac{\tau}{\sigma_\tau}} e^{-j2\pi f \tau} d\tau = \frac{1}{\sigma_\tau} \int_0^{\infty} e^{-\left(\frac{1}{\sigma_\tau} + j2\pi f\right)\tau} d\tau = \\ &= \frac{1}{\sigma_\tau} \frac{-1}{\frac{1}{\sigma_\tau} + j2\pi f} e^{-\left(\frac{1}{\sigma_\tau} + j2\pi f\right)\tau} \Big|_0^{\infty} = \frac{1}{\sigma_\tau} \frac{1}{\frac{1}{\sigma_\tau} + j2\pi f} = \frac{1}{1 + j2\pi\sigma_\tau f} \end{aligned}$$

⁴² Si ha $|\mathcal{R}_{\underline{H}}(\Delta f)| = \frac{1}{2}$ se $\sqrt{1 + (2\pi\sigma_\tau\Delta f)^2} = 2$, dunque $2\pi\sigma_\tau\Delta f = \sqrt{3}$ ovvero $\Delta f = \frac{1.73}{6.28\sigma_\tau} = \frac{1}{3.63\sigma_\tau}$

Conseguenze e rimedi Dato che la correzione degli effetti di distorsione lineare e ISI richiede al ricevitore complesse operazioni di equalizzazione (§ 18.4) si tenta di operare per quanto possibile in condizioni di fading piatto, occupare una banda $W < B_c$, e limitare di conseguenza la velocità di segnalazione f_s . Un conveniente *escamotage* è l'adozione di una trasmissione OFDM che suddivide W in tante sotto-bande più piccole, e adotta un $T_s > \sigma_\tau$. Occupare una banda $W > B_c$ è possibile anche ricorrendo alla modulazione DSSS, dato che in tal caso al § 20.5.2 mostreremo come poter evitare uno stadio di equalizzazione *classico* adottando una speciale architettura di ricevitore detta *Rake*. L'adozione infine di *più antenne* in trasmissione e/o ricezione (cap. 21) offre una ulteriore via per rendere i fenomeni di attenuazione selettiva *un vantaggio* del collegamento.

Dimensione di cella e velocità trasmissiva Per celle molto grandi la differenza di percorso tra cammini multipli può essere notevole (vedi § 20.5.4), determinando una B_c ridotta, e quindi una bassa velocità di trasmissione. Riducendo la dimensione di cella è possibile aumentare la velocità, dato che le differenze di ritardo si riducono. Pertanto se celle con raggio di chilometri e $\Delta\tau > 10 \mu\text{sec}$ possono richiedere equalizzazione anche per trasmissioni a 64 kbps, al contrario comunicazioni *indoor* con $\Delta\tau < 1 \mu\text{sec}$ possono presentare *flat fading* per velocità dell'ordine del Mbps. Celle di dimensione minima, dette anche *picocelle*, presentano una dispersione temporale di solo qualche decina di picosecondi, permettendo di operare a molti Mbps anche senza equalizzazione.

20.4.6 Dispersione spettrale e variabilità temporale

Addentriamoci nella descrizione dell'effetto prodotto dal *movimento*. Finché il ricevitore e gli oggetti riflettenti sono fermi la distribuzione dei ritardi τ_n non varia nel tempo, e la componente di attenuazione supplementare su piccola scala mantiene uno stesso (casuale) valore, sia esso di Rayleigh o di Rice; in tal caso il fading (piatto o selettivo) è *costante* nel tempo. Viceversa nel caso in cui ci sia movimento⁴³ l'involuppo complesso ricevuto (20.10) si riscrive come

$$\underline{y}(t) = \sum_{n=1}^N a_n(t) \underline{x}(t - \tau_n(t)) e^{-j2\pi f_0 \tau_n(t)}$$

evidenziando come ora sia le ampiezze a_n che i ritardi τ_n dipendono dal tempo.

Allo scopo di analizzare le conseguenze di questa *non stazionarietà*, consideriamo una portante non modulata $x(t) = \cos 2\pi f_0 t$, con involuppo complesso $\underline{x}(t) = 1^{44}$, che produce la ricezione di

$$\underline{y}(t) = \sum_{n=1}^N a_n(t) e^{-j2\pi f_0 \tau_n(t)} = \sum_{n=1}^N a_n(t) e^{-j\alpha_n(t)} \quad (20.24)$$

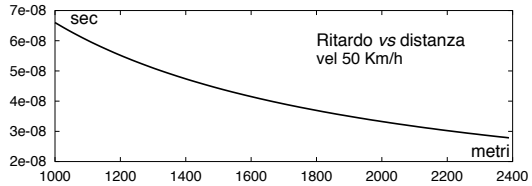
Si ottengono quindi N diversi segnali *modulati* sia in ampiezza che angolarmente, anche se è stata trasmessa una sola frequenza. In generale le ampiezze $a_n(t)$ non

⁴³Del ricevitore, del trasmettitore, o degli oggetti riflettenti.

⁴⁴Come evidente dalla eq. (11.3) a pag. 341

variano di molto con il movimento, mentre come già osservato sono sufficienti piccole variazioni di $\tau_n(t)$ per causarne di grandi per $\alpha_n(t) = 2\pi f_0 \tau_n(t)$: ad esempio, con una $f_0 = 1$ GHz basta la variazione di τ pari ad 1 nsec per produrre una rotazione di 2π .

Esempio Riprendiamo i dati ed il modello usati a pag. 673 per ottenere il risultato in figura, relativo ad un mobile che viaggia a 50 Km/h, e che in 100 sec percorre 1.4 Km a partire da una distanza di 1 Km dal trasmettitore, in presenza di una superficie riflettente posta a 100 metri da metà percorso. Il ritardo del cammino riflesso varia da 66 a 27 nsec, con la legge mostrata in figura, dovuta al variare nel tempo dell'angolo di riflessione.



Effetto Doppler A lato è raffigurato un mobile che viaggia a velocità costante v ed impiega $\Delta t = d/v$ secondi per spostarsi tra i punti X ed Y distanti d , mentre riceve una portante a frequenza $f_0 = c/\lambda$ dalla sorgente S . La differenza di distanza Δl dalla sorgente nei due punti risulta⁴⁵

$$\Delta l = d \cos \theta = v \Delta t \cos \theta$$

e quindi la differenza di fase nel segnale ricevuto in X e Y vale⁴⁶

$$\Delta \alpha = \frac{2\pi \Delta l}{\lambda} = \frac{2\pi v \Delta t}{\lambda} \cos \theta \quad (20.25)$$

Pertanto durante il tragitto la frequenza ricevuta differisce da f_0 per una quantità⁴⁷

$$f_d = \frac{1}{2\pi} \frac{\Delta \alpha}{\Delta t} = \frac{v}{\lambda} \cos \theta = \frac{c}{c} \frac{v}{\lambda} \cos \theta = f_0 \frac{v}{c} \cos \theta \quad (20.26)$$

denominata *scostamento Doppler*⁴⁸.

Dispersione Doppler Se al posto di una singola sorgente S sono presenti tutti gli N riflettori che danno origine al multipath l'effetto Doppler si verifica per ciascuno di essi, causando la ricezione di N diverse frequenze $f_n = f_0 \pm f_d^n$, ognuna aumentata (o diminuita) rispetto alla portante f_0 della *frequenza Doppler*

$$f_d^n = f_0 \frac{v}{c} \cos \theta_n \quad (20.27)$$

⁴⁵ Approssimiamo θ come uguale in X e Y , nell'ipotesi che S sia molto lontana rispetto a d .

⁴⁶ Il rapporto $n = \Delta l/\lambda$ indica quanti periodi di portante entrano in Δl , che moltiplicato per 2π fornisce appunto la differenza tra le fasi di arrivo, nulla se n è intero.

⁴⁷ La (20.26) si ottiene applicando alla (20.25) la definizione di deviazione di frequenza f_d come differenza $f_d(t) = f_i(t) - f_0$ in cui la frequenza istantanea f_i è data dalla (12.12) come $f_i(t) = f_0 + \frac{1}{2\pi} \frac{d}{dt} \alpha(t)$

⁴⁸ Si tratta dello stesso effetto che produce la variazione del suono della sirena di un mezzo di soccorso, vedi http://it.wikipedia.org/wiki/Effetto_Doppler

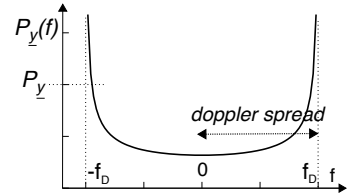
in cui θ_n è l'angolo tra la direzione del moto e la congiungente con il riflettore⁴⁹. Con i dati dell'esempio precedente (relativo ad un moto con $v = 50$ Km/h ovvero 13.8 m/sec) e ponendo $f_0 = 1$ GHz si ottiene una f_d^n massima di 46.3 Hz, relativa al caso di $\theta_n = 0^{50}$; indichiamo con

$$f_D = \max_n \{f_d^n\} = f_0 \frac{v}{c}$$

tale valore. Dato che ogni diverso percorso è caratterizzato da una f_d^n compresa tra zero e f_D , il segnale ricevuto contiene frequenze che si discostano da f_0 in più o in meno, entro una deviazione massima pari ad f_D , per questo indicata come *dispersione* (o *spread*) Doppler, ed il canale è detto *dispersivo in frequenza*.

Dispersione spettrale e variabilità temporale Considerando il mobile raggiunto da infiniti percorsi con direzione di arrivo distribuita uniformemente (condizione di *scattering isotropo*), si può mostrare⁵¹ che la densità spettrale ricevuta a partire da una singola portante trasmessa è pari a

$$P_y(f) = \begin{cases} \frac{P_y}{\pi f_D \sqrt{1 - \left(\frac{f}{f_D}\right)^2}} & \text{con } |f| \leq f_D \\ 0 & \text{altrove} \end{cases} \quad (20.28)$$



mostrata a lato, e del tutto simile a quella di pag. 163.

La dispersione Doppler f_D costituisce nella pratica una misura della *velocità di variazione* del canale⁵², come già evidenziato in relazione alla frequenza degli affievolimenti di cui all'eq. (20.16). Infatti l'involuppo complesso ricevuto $\underline{y}(t)$ descritto dalla (20.24) è il risultato della somma vettoriale nel piano complesso dei termini $a_n(t)$ e $e^{-j2\pi f_0 \tau_n(t)}$, che in virtù dei diversi scostamenti Doppler sono ognuno in rotazione ad una diversa velocità angolare $2\pi f_d^n$, tanto maggiore quanto più è grande f_D , che quindi determina la rapidità con cui il risultato $\underline{y}(t)$ varia nel tempo.

Tempo di coerenza Dettagliamo meglio il legame tra la dispersione Doppler f_D ed una valutazione quantitativa del tempo per cui il canale può essere considerato stabile, di nuovo ricorrendo a considerazioni di tipo statistico. Calcoliamo a tal fine l'antitra-

⁴⁹La stessa analisi è valida anche nel caso di un ricevitore *fermo* ma con i riflettori in movimento, come per la *riflessione ionosferica*: in tal caso l'espressione si scrive come $f_d^n = f_0 \frac{v_n}{c} \cos \theta_n$, considerando cioè la possibilità che i riflettori abbiano velocità diverse tra loro.

⁵⁰Notiamo che se $\theta_n = 0$ ci stiamo riferendo al caso in cui il moto si realizza lungo la congiungente tra ricevitore e sorgente (o riflettore).

⁵¹Notiamo che il risultato è diretta conseguenza della condizione di *scattering isotropo*: infatti la (20.27) costituisce un *processo armonico* (pag. 163) quando $-\pi < \theta_n < \pi$ con d.d.p. uniforme, ed al tempo stesso rappresenta la deviazione della frequenza istantanea f_i rispetto ad f_0 (§ 11.2.2), e dunque si verifica l'effetto di conversione AM-FM descritto al § 12.3.3.3. Se viceversa esistono ad es. due soli cammini, il primo diretto (S) e l'altro riflesso (R) con il mobile nel mezzo, $P_y(f)$ corrisponde a due impulsi in $\pm f_D$.

⁵²In questo modo si ottiene una trattazione unificata sia per il caso di un ricevitore mobile in un contesto statico, sia per quello di un ricevitore fermo con riflettori in movimento. In entrambi i casi il *doppler spread* f_D può essere effettivamente *misurato* al ricevitore, in presenza di una portante non modulata.



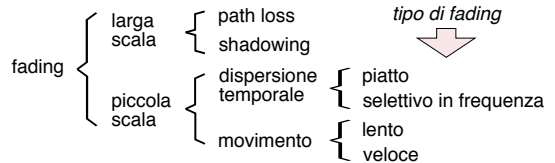
sformata di $\mathcal{P}_y(f)$, ovvero l'autocorrelazione $\mathcal{R}_{yy}(\tau)$ di $y(t)$, che nel caso della (20.28) fornisce $\mathcal{R}_{yy}(\tau) = J_0(2\pi f_D \tau)$ in cui J_0 è la funzione di Bessel del primo tipo di ordine zero graficata a pag. 383. Sappiamo poi che una correlazione nulla corrisponde a valori non predicibili l'uno dall'altro, e da pag. 383 troviamo che il primo passaggio per zero di $\mathcal{R}_{yy}(\tau)$ avviene per $\tau \approx \frac{0.4}{f_D}$, corrispondente al minimo intervallo di tempo necessario per osservare valori di $y(t)$ *incorrelati*; viceversa, un intervallo τ sufficientemente più piccolo trova il canale in condizioni pressoché immutate. Definendo allora

$$T_c = \frac{0.1}{f_D} \tag{20.29}$$

come *tempo di coerenza*, osserviamo che una trasmissione con periodo di simbolo $T_s \geq T_c$ subisce condizioni del canale differenti nell'arco di tempo di un simbolo, ostacolandone la sincronizzazione⁵³, ed in tal caso il fading viene detto *veloce*. Se invece $T_s \ll T_c$ il canale si mantiene in condizioni pressoché stazionarie per tutto il periodo di simbolo, il fading è detto *lento*, ed il movimento non produce conseguenze sensibili. Utilizzando di nuovo i dati dell'ultimo esempio, ad un doppler spread $f_D = 46.3$ Hz corrisponde un tempo di coerenza $T_c = 21.6$ msec.

20.4.7 Tipologia di canale radiomobile

E' univocamente determinata dalla tipologia del fading su piccola scala, denominato in base allo schema rappresentato a lato, e che a sua volta dipende dalla natura del messaggio trasmesso, come ora mostriamo.



Condizione di sottodispersione Notiamo che il verificarsi contemporaneo della assenza di distorsione lineare in quanto $W < B_c$ (fading *piatto*) e della stazionarietà del canale in quanto $T_s < T_c$ (fading *lento*) equivale al verificarsi della condizione di *canale perfetto* (pag. 231). Ciò accade a patto che⁵⁴

$$f_D \cdot \sigma_\tau < 0.01 \quad \text{ovvero} \quad T_c \cdot B_c > 1 \tag{20.30}$$

$\left\{ \begin{array}{l} W < B_c = \frac{0.1}{\sigma_\tau} \quad \text{no dist. lin.} \\ T_s < T_c = \frac{0.1}{f_D} \quad \text{stazionario} \end{array} \right.$
Condizioni di slow flat fading

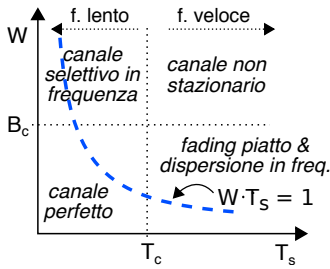
detta condizione di *sottodispersione (underspread)*. Nella pratica i valori di f_D e σ_τ per i canali in uso nelle telecomunicazioni soddisfano tale condizione.

Classificazione del canale Come anticipato dipende da come i valori della banda W e del periodo di simbolo T_s del messaggio si relazionano rispetto a banda B_c e tempo T_c di coerenza del canale radio in uso⁵⁵.

⁵³Ciò avviene perché in pratica è come se due simboli consecutivi pervenissero attraverso due differenti canali, e dunque non è possibile eseguire operazioni di media.

⁵⁴Infatti le due condizioni $W < B_c$ e $T_s < T_c$ possono essere riscritte in base alle (20.23) e (20.29) come $W\sigma_\tau < 0.1$ e $f_D T_s < 0.1$, e moltiplicando queste ultime tra loro si ottiene $W\sigma_\tau f_D T_s < 0.01$. Ponendo quindi $W \approx 1/T_s$ (eq. (15.5)) si ottiene la condizione $f_D \cdot \sigma_\tau < 0.01$, in cui sostituendo $f_D = 0.1/T_c$ e $\sigma_\tau = 0.1/B_c$ (di nuovo in virtù delle (20.23) e (20.29)) si ottiene la seconda relazione.

⁵⁵Ovvero contesto rurale, urbano, indoor, oltre ovviamente ai fenomeni legati al movimento.



canale selettivo in frequenza (in alto a sin.) qualora divenga $W > B_c$, oppure (in basso a destra) in condizioni di variabilità temporale quando diventa $T_s > T_c$.

Esempio Dato un canale con assegnati T_c e B_c , determinare la massima velocità per una trasmissione QPSK con impulso a coseno rialzato e $\gamma = 1$, in modo da evitare l'uso di un equalizzatore. Affrontiamo l'analisi fissando la banda occupata $B = f_s (1 + \gamma)$ pari a B_c , da cui si ottiene una $f_b = f_s \cdot 2 = B_c/2 \cdot 2 = B_c$. In tal caso $T_s = 1/f_s = 2/B_c$, e se il canale verifica la condizione di sottodispersione (20.30) si ottiene anche $T_s < T_c$, ovvero il canale può essere ritenuto stazionario per la durata di un simbolo.

20.5 Appendici

Sviluppiamo qui alcuni approfondimenti a riguardo del calcolo della P_e in condizioni di fading di Rayleigh, della architettura di ricevitore *Rake*, della allocazione delle frequenze radio, e della caratterizzazione del fenomeno di dispersione temporale.

20.5.1 Probabilità di errore in presenza di fading di Rayleigh

Anche se un collegamento radiomobile presenta fading piatto, con il movimento l'ampiezza del segnale ricevuto subisce fluttuazioni *alla Rayleigh* rispetto al suo valor medio (fig. 20.4) tali da dover aumentare la potenza da trasmettere allo scopo di dotare il collegamento di un margine M^{PS} in grado di assicurare un adeguato grado di servizio (eq. (20.14)). Dato che a pag. 682 abbiamo trovato questo procedimento un po' macchinoso, sviluppiamo ora una discussione su come modificare le formule di calcolo della probabilità di errore in modo da valutare direttamente l' E_b/N_0 necessario *senza* dover passare per il grado di servizio.

La variabilità temporale della potenza istantanea ricevuta può essere tenuta direttamente in conto se l'espressione della P_e^{bit} (E_b/N_0) ottenuta al cap. 16 per un canale gaussiano viene considerata come quella di una probabilità *condizionata* $Pr\left[\text{err}/\frac{E_b}{N_0}\right]$ rispetto ad un determinato valore di E_b/N_0 , di cui valutare il *valore atteso* rispetto alla variabilità statistica dei valori di E_b ricevuti. Per poter sviluppare i passaggi indichiamo allora con E_b l'energia per bit *media* che si riceverebbe in *assenza* di fading di Rayleigh, e con $E'_b = \rho^2 E_b$ la stessa quantità (istantanea) ricevuta a seguito del fading, in cui ρ è il modulo dell'involuppo complesso ricevuto, descritto da una v.a. di Rayleigh. La P_e è

⁵⁶Come osservato alla nota precedente $W \simeq 1/T_s$, da cui $W \cdot T_s \simeq 1$

⁵⁷Trovandosi il prodotto *sopra* l'iperbole unitaria.

dunque definita come

$$P_{e,Rayleigh}^{bit} = E_{\rho} \left\{ Pr \left[\text{err} / \frac{\rho^2 E_b}{N_0} \right] \right\} = \int_0^{\infty} Pr \left[\text{err} / \frac{\rho^2 E_b}{N_0} \right] p(\rho) d\rho \quad (20.31)$$

Prendendo come esemplare il caso della modulazione BPSK⁵⁸ (pag. (16.7)) abbiamo $P_e^{bit}(E_b/N_0) = \frac{1}{2} \text{erfc} \left\{ \sqrt{E_b/N_0} \right\}$ e dunque possiamo scrivere

$$Pr \left[\text{err} / \frac{\rho^2 E_b}{N_0} \right] = P_e^{bit} \left(\frac{\rho^2 E_b}{N_0} \right) = \frac{1}{2} \text{erfc} \left\{ \rho \sqrt{E_b/N_0} \right\} \quad (20.32)$$

Per applicare la (20.32) alla (20.31) occorre specificare la d.d.p. di ρ pari a $p(\rho) = \frac{\rho}{\sigma^2} e^{-\frac{\rho^2}{2\sigma^2}}$ (eq. (20.12)) e ricordare l'espressione di $\text{erfc} \{ \alpha \} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{\alpha}^{\infty} e^{-y^2} dy$ (§ 6.2.4), in modo che la (20.31) divenga

$$P_{e,Rayleigh}^{bit} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} \int_{\rho \sqrt{E_b/N_0}}^{\infty} e^{-y^2} dy \frac{\rho}{\sigma^2} e^{-\frac{\rho^2}{2\sigma^2}} d\rho$$

ed invertendo l'ordine di integrazione⁵⁹ otteniamo

$$P_e^{bit} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} e^{-y^2} \int_0^{y \sqrt{N_0/E_b}} \frac{\rho}{\sigma^2} e^{-\frac{\rho^2}{2\sigma^2}} d\rho dy = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} e^{-y^2} \left[1 - e^{-\frac{N_0}{E_b} \frac{y^2}{2\sigma^2}} \right] dy \quad (20.33)$$

Allo scopo di semplificare la (20.33) notiamo innanzitutto che (essendo ρ una v.a. di Rayleigh) risulta $E \{ \rho^2 \} = 2\sigma^2$ (vedi eq. (14.13)), da cui ne deriva che l'energia per bit \bar{E}_b media ricevuta ha espressione $\bar{E}_b' = E \{ \rho^2 E_b \} = 2\sigma^2 E_b$. Indichiamo quindi con $\Gamma = \frac{2\sigma^2 E_b}{N_0} = \frac{\bar{E}_b'}{N_0}$ l'SNR per bit medio che viene ricevuto in modo che la (20.33) possa essere riscritta come

$$P_e^{bit} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} e^{-y^2} dy - \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} e^{-y^2 - \frac{y^2}{\Gamma}} dy \quad (20.34)$$

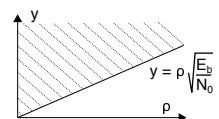
Tenendo ora conto⁶⁰ che $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-y^2} dy = \sqrt{\pi}$ il primo termine di (20.34) risulta pari ad $\frac{1}{2}$, mentre dato che $-y^2 - \frac{y^2}{\Gamma} = -\frac{\Gamma+1}{\Gamma} y^2$ e che risulta anche $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\alpha y^2} dy = \sqrt{\pi/\alpha}$, il secondo termine di (20.34) si riscrive come $\frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} e^{-\frac{\Gamma+1}{\Gamma} y^2} dy = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\Gamma}{1+\Gamma}}$, in modo da ottenere per la (20.34) il risultato *in forma chiusa*

$$P_{e,Rayleigh}^{bit} = \frac{1}{2} \left(1 - \sqrt{\frac{\Gamma}{1+\Gamma}} \right) \quad (20.35)$$

⁵⁸A causa delle fluttuazioni di ampiezza legate al fading non è possibile ricorrere a modulazioni di tipo QAM, e nel seguito sono prese in considerazione unicamente modulazioni di fase e di frequenza.

⁵⁹Il dominio di integrazione è rappresentato in figura, e anziché muoversi prima lungo y dalla retta $y = \rho \sqrt{E_b/N_0}$ ad infinito ottenendo una funzione di ρ , e quindi integrare con $0 < \rho < \infty$, ci si muove in orizzontale tra $\rho = 0$ e $\rho = y \sqrt{N_0/E_b}$ ottenendo una funzione di y , quindi integrata con $0 < y < \infty$. Verifichiamo quindi che

$$\int_0^y \int_0^{\sqrt{N_0/E_b}} \frac{\rho}{\sigma^2} e^{-\frac{\rho^2}{2\sigma^2}} d\rho = -e^{-\frac{\rho^2}{2\sigma^2}} \Big|_0^{y \sqrt{N_0/E_b}} = -e^{-\frac{y^2}{2\sigma^2} \frac{N_0}{E_b}} + 1.$$



⁶⁰Vedi ad es. https://it.wikipedia.org/wiki/Integrale_di_Gauss

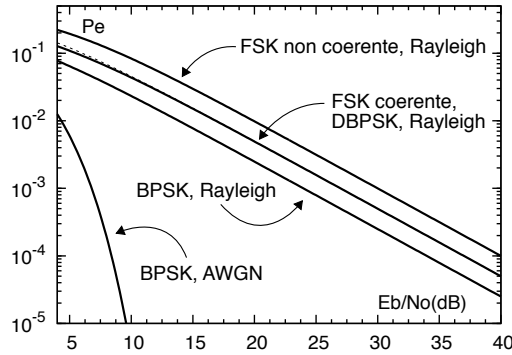


Figura 20.7: Confronto tra probabilità di errore in presenza di fading di Rayleigh per alcuni tipi di modulazione

che confrontato in fig. 20.7 con l'espressione di $P_{e,BPSK}^{bit} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left\{ \sqrt{E_b/N_0} \right\}$ per un canale AGWN evidenzia come in presenza di fading di Rayleigh la P_e sia sensibilmente peggiore, e diminuisca molto più lentamente all'aumentare di E_b/N_0 . Se poi valutiamo la differenza in E_b/N_0 (dB) mostrata in fig. 20.7 per i casi di presenza ed assenza di fading e per una stessa P_e , troviamo valori confrontabili con quelli del margine M^{PS} mostrati in fig. 20.4. Procedendo in modo simile si possono valutare le prestazioni per le altre forme di modulazione numerica, il cui risultato è pure riportato in fig. 20.7 come anche nella tabella seguente, assieme al valore approssimato di P_e^{bit} per grandi valori di Γ .

modulazione	$P_{e,Rayleigh}^{bit}$	$P_e _{\Gamma \rightarrow \infty}$
BPSK antipodale coerente	$\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\Gamma}{1+\Gamma}}$	$\frac{1}{4\Gamma}$
DBPSK	$\frac{1}{2(1+\Gamma)}$	$\frac{1}{2\Gamma}$
BFSK ortogonale coerente	$\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\Gamma}{2+\Gamma}}$	$\frac{1}{2\Gamma}$
BFSK ortogonale incoerente	$\frac{1}{2+\Gamma}$	$\frac{1}{\Gamma}$

Esempio Determinare l'incremento di potenza necessario a conseguire una $P_e^{bit} = 10^{-4}$ nel caso di una modulazione BPSK affetta da fading di Rayleigh, rispetto alla potenza necessaria su di un canale AWGN.

Dal grafico di fig. 20.7 osserviamo che nel caso AWGN è necessario un E_b/N_0 circa pari a 8 dB, mentre in presenza di fading ne occorrono circa 34, dunque l'incremento di potenza assomma a 26 dB.

20.5.2 Ricevitore Rake

Questa particolare architettura di ricevitore trae vantaggio da una modulazione DSSS (§ 16.9.2) che occupa una banda maggiore della banda di coerenza $W_p > B_c$ e per la quale il canale presenta dunque una attenuazione selettiva in frequenza (§ 20.4.5) legata alla ricezione di più repliche del segnale trasmesso a causa del fenomeno dei cammini multipli. Se infatti le repliche prodotte dal multipath arrivano con intervalli temporali maggiori del periodo di chip T_p la proprietà di bassa autocorrelazione delle sequenze

PN (§ 16.9.1) utilizzate nel DSSS rendono le repliche equivalenti ad una qualsiasi altra interferenza a larga banda, ed il ricevitore svolge la funzione di equalizzazione in modo *del tutto particolare*.

Per capire ciò che accade occorre affrontare un po' di conti. Indichiamo allora con $\{b_i\}$ la sequenza dei *bit* trasmessi e con

$$\tilde{x}(t) = \sum_i b_i \text{pn}(t - iT_b)$$

l'involuppo complesso del segnale DSSS, mentre come discusso al § 20.4.5 la risposta impulsiva del canale ha espressione

$$\underline{h}(t) = \sum_{n=0}^{N-1} Z_n \delta(t - \tau_n)$$

(eq. (20.18)) in cui i coefficienti $Z_n = a_n e^{-j2\pi f_0 \tau_n}$ sono i guadagni *complessi* dovuti ai cammini multipli: il *trucco* del ricevitore Rake è quello di *conoscere*⁶¹ i valori di Z_n e τ_n . Trascurando il fattore $1/2$ della convoluzione tra involuppi complessi (eq. (13.3)), il segnale ricevuto in presenza di multipath ha quindi espressione

$$\tilde{r}(t) = \tilde{x}(t) * \tilde{h}(t) = \sum_{n=0}^{N-1} Z_n \tilde{x}(t - \tau_n) = \sum_{n=0}^{N-1} Z_n \sum_i b_i \text{pn}(t - iT_b - \tau_n)$$

La decodifica (§ 16.9.2.2) del j -esimo simbolo b_j *inizia* (ad esempio) moltiplicando $\tilde{r}(t)$ per $\text{pn}(t - jT_b - \tau_0)$ (allineata cioè al primo ritardo τ_0) ed integrando il risultato su di un periodo di bit, realizzando così un *correlatore* (pag. 218) alla sequenza PN, ovvero

$$\begin{aligned} \hat{b}_j &= \frac{1}{T_b} \int_{jT_b + \tau_0}^{(j+1)T_b + \tau_0} \tilde{r}(t) \text{pn}(t - jT_b - \tau_0) dt = \\ &= \frac{1}{T_b} \int_{jT_b + \tau_0}^{(j+1)T_b + \tau_0} \left[\sum_{n=0}^{N-1} Z_n \sum_i b_i \text{pn}(t - iT_b - \tau_n) \right] \text{pn}(t - jT_b - \tau_0) dt = \\ &= \frac{1}{T_b} \int_0^{T_b} \sum_{n=0}^{N-1} Z_n b_j \text{pn}(\alpha - \tau'_n) \text{pn}(\alpha) d\alpha = \\ &= \sum_{n=0}^{N-1} Z_n b_j \frac{1}{T_b} \int_0^{T_b} \text{pn}(\alpha - \tau'_n) \text{pn}(\alpha) d\alpha = Z_0 b_j + \sum_{n=1}^{N-1} Z_n b_j R_{PN}(\tau'_n) \end{aligned}$$

in cui alla terza riga sopravvive solo il termine j -esimo della \sum_i in quanto è l'unico entro gli estremi di integrazione, dopodiché si pone $\alpha = t - jT_b - \tau_0$ e $\tau'_n = \tau_n - \tau_0$. Il primo termine del risultato finale per \hat{b}_j è pari (a meno del coeff. complesso Z_0) al simbolo cercato b_j , mentre il secondo rappresenta $N - 1$ termini di interferenza associati agli altri percorsi, in cui il prodotto tra i coefficienti $Z_{n \neq 0}$ e lo stesso simbolo b_j viene *ridotto* di una quantità pari all'autocorrelazione $R_{PN}(\tau'_n)$ della sequenza pseudonoise calcolata per slittamenti pari alla differenza τ'_n tra ritardi, in modo che il secondo termine risulta ridotto rispetto al primo del rapporto $R_{PN}(\tau'_n)/R_{PN}(0)$.

Interrompiamo per un attimo l'aspetto analitico per indicare la stima a cui siamo arrivati come \hat{b}_j^0 in quanto ottenuta dalla replica con ritardo τ_0 , e notare che lo stesso tipo di elaborazione è applicabile fruttuosamente *a tutti* i ritardi τ_n per ottenere, mediante un banco di correlatori⁶², altrettante stime \hat{b}_j^n che il ricevitore RAKE (letteralmente,

⁶¹Ottenuti grazie ad una tecnica di stima di canale.

⁶²I correlatori del Rake sono anche detti *fingers*, ovvero dita (del rastrello), ognuno dei quali utilizza

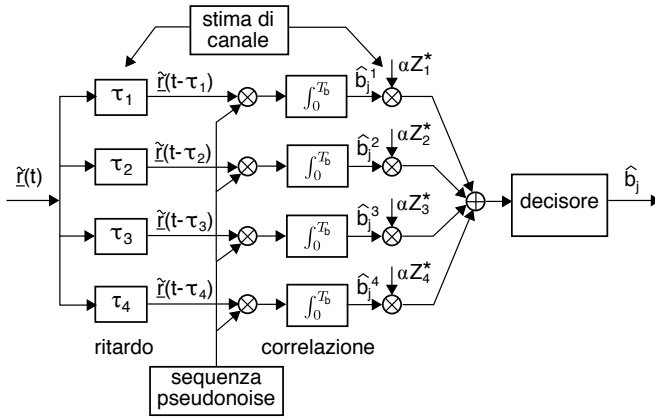


Figura 20.8: Schema di principio del ricevitore Rake

Le uscite dei correlatori sono quindi combinate tra loro con il duplice intento di rendere la somma *coerente* eliminando il contributo di fase dovuto al multipath, e di applicare il principio di *massimo rapporto* (§ 21.3.1.2) per trarre vantaggio dallo schema a diversità. Ciò avviene moltiplicando l'uscita del correlatore n -esimo per Z_n^* , e dato che l'uscita stessa contiene il fattore Z_n , tale operazione elimina il contributo di fase, e *pesa* il contributo del ramo con $|Z_n|^2$, ovvero con l'energia associata al ritardo τ_n ⁶⁴. Tali pesi sono infine *scalati* di una quantità $\alpha = \frac{1}{\sum_{n=0}^{N-1} Z_n^2}$ in modo da mantenere la dinamica del risultato entro valori noti.

rastrillo) ricombina come mostrato alla fig. 20.8.

La figura schematizza i passaggi discussi adottando una notazione lievemente diversa, in quanto anziché ritardare la sequenza pn viene ritardato il segnale in arrivo⁶³; inoltre, viene evidenziato il ruolo ed i punti di intervento del risultato della stima di canale.

Le uscite dei correlatori

20.5.3 Allocazione delle frequenze radio

L'assegnazione generale dello spettro radio ai diversi utilizzi è riportata in tabella 20.1, che non pretende di essere completa né tanto meno esatta, così come per le tabelle che seguono.

Canali televisivi

VHF: Numerati da 1 a 6 a partire da 55.25 MHz, spazianti di 6 MHz, fino a 83.25 MHz; numerati da 7 a 13 a partire da 175.25 MHz, fino a 211.25 MHz, ancora spazianti di 6 Mhz. Nell'intervallo 88-108 Mhz è presente il broadcast FM.

UHF: Numerati da 14 a 69 a partire dalla portante video di 471.25 MHz, fino a 801.25 MHZ, spazianti di 6 MHz.

Per le stesse frequenze, sono state attivate le trasmissioni televisive in *digitale terrestre*, ad eccezione dei canali da 61 a 69, che sono stati assegnati agli operatori di telefonia mobile di 4^a generazione, detta LTE/4G.

una PN con un ritardo pari a quello di uno degli echi del multipath, realizzando uno schema di ricezione a *diversità di tempo*.

⁶³In pratica nello schema in figura la pn è allineata al ritardo maggiore τ_n , mentre i ritardi mostrati vanno da zero (per correlare la replica più ritardata) alla massima differenza $\tau_n - \tau_0$.

⁶⁴Ciò riduce il peso dei contributi relativi a rami su cui perviene un segnale di ampiezza ridotta, la cui uscita dipende in misura maggiore dal rumore.

Intervallo	λ	Sigla	Denominazione	Uso
30 - 300 Hz	$10^4 - 10^3$ Km	ELF	<i>Extremely Low</i>	
.3 - 3 KHz	$10^3 - 10^2$ Km	VF	<i>Voice Frequency</i>	
3 - 30 KHz	100 - 10 Km	VLF	<i>Very Low</i>	Radionavigazione a largo raggio. Attività nucleare.
30 - 300 KHz	10 - 1 Km	LF	<i>Low Frequency</i>	Radiolocalizzazione marittima ed aeronautica
.3 - 3 MHz	.1 - 1 Km	MF	<i>Medium Frequency</i>	Comunicazioni aeree e marittime. Radionavigazione. Broadcast AM
3 - 30 MHz	10 - 100 metri	HF	<i>High Frequency</i>	Collegamenti a lunga distanza fissi e mobili. Radioamatori.
30 - 300 MHz	1 - 10 metri	VHF	<i>Very High</i>	Broadcast FM e TV. Collegamenti in visibilità. Radiomobili civili e militari.
.3 - 3 GHz	.1 - 1 metro	UHF	<i>Ultra High</i>	Ponti radio e radiomobili terrestri. Broadcast TV. Satelliti meteo e TV.
3 - 30 GHz	10 - 100 mm	SHF	<i>Super High</i>	Ponti radio terrestri. Satelliti. Radar.
30 - 300 GHz	1 - 10 mm	EHF	<i>Extremely High</i>	Radar

Tabella 20.1: Allocazione delle frequenze radio

Bande di frequenza Radar Oltre alle bande HF, VHF ed UHF, le trasmissioni radar che operano in SHF ed EHF distinguono tra i seguenti intervalli di frequenze:

GHz	1-2	2-4	4-8	8-12	12-18	18-27	27-40	40-75	75-110	110-300
Banda	L	S	C	X	K _u	K	K _a	V	W	millimetriche

Banda ISM ISM sta per *Industrial, Scientific and Medical*, per i cui usi sono state riservate le seguenti frequenze per le quali non occorre il rilascio di licenza. Gli intervalli più usati sono

Intervallo	utilizzo
26.957-27.283 MHz	Banda cittadina dei radioamatori CB, ma anche dei camionisti
2.4-2.5 GHz	Forni a microonde, Bluetooth, WiFi 802.11b e g
5.725-5.875 GHz	WiFi 802.11a

Telefonia mobile

Intervallo Uplink (MHz)	Intervallo Downlink(MHz)	utilizzo
890,0 - 915,0	935,0 - 960,0	GSM 900
880,0 - 890,0	925,0 - 935,0	GSM 900 esteso
1710,0 - 1785,0	1805,0 - 1880,0	GSM 1800
1920 - 1980	2110 - 2170	UMTS

20.5.4 Caratterizzazione della dispersione temporale**Valori tipici per la dispersione temporale da cammini radio multipli**

ambiente	f_0 (MHz)	σ_τ	Note
urbano	910	600 ns	New York City, $\bar{\tau} = 1.3 \mu s$, $\Delta\tau = 3.5 \mu s$
urbano	892	10 - 25 μs	San Francisco, caso peggiore
rurale	910	200 - 310 ns	caso tipico medio
rurale	910	1.9 - 2.1 μs	caso estremo medio
indoor	1500	10 - 50 ns	ufficio, $\bar{\tau} = 25$ ns
indoor	850	-	ufficio, $\Delta\tau = 270$ ns
indoor	1900	-	grattacieli, $\bar{\tau} = 70 - 94$ ns, $\Delta\tau = 1.47 \mu s$

Dispersione potenza-ritardo ETSI-GSM (900 MHz)

cammino n.	ambito collinare		area urbana	
	τ_n [μsec]	a_n^2 [dB]	τ_n [μsec]	a_n^2 [dB]
1	0	-10	0	-4.0
2	0.1	-8	0.1	-3.0
3	0.3	-6	0.3	0.0
4	0.5	-4	0.5	-2.6
5	0.7	0	0.8	-3.0
6	1.0	0	1.1	-5.0
7	1.3	-4	1.3	-7.0
8	15.0	-8	1.7	-5.0
9	15.2	-9	2.3	-6.5
10	15.7	-10	3.1	-8.6
11	17.2	-12	3.2	-11.0
12	20.0	-14	5.0	-10.0

L'opera

Trasmissione dei Segnali e Sistemi di Telecomunicazione

è il risultato di un progetto ventennale di cultura libera, aggiornato di continuo ed evolutosi fino alla forma attuale. La sua disponibilità pubblica è regolata dalle norme di licenza CREATIVE COMMONS

*Attribuzione - Non commerciale -
Condividi allo stesso modo*



<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/deed.it>

e tutte le risorse relative al testo sono accessibili presso

<https://teoriadeisignali.it/libro/>

Puoi contribuire al suo successo promuovendone la diffusione e supportarne lo sviluppo attraverso una donazione, in buona parte devoluta ai progetti *open source*¹ che ne hanno resa possibile realizzazione e divulgazione. Ai donatori viene accordato un accesso *vitalizio* al formato PDF *navigabile* di tutte le edizioni presenti *e future*.

1

- . Lyx - <http://www.lyx.org/>
- . L^AT_EX - <https://www.latex-project.org/>
- . TeX Users Group - <https://tug.org/>
- . Inkscape - <http://www.inkscape.org/>
- . Gnuplot - <http://www.gnuplot.info/>
- . Octave - <http://www.gnu.org/software/octave/>
- . Geany - <https://www.geany.org/>
- . Linux - <https://www.linux.it/>
- . Free Software Foundation - <https://shop.fsf.org/>
- . GNOME Foundation - <https://www.gnome.org/>
- . Mozilla Foundation - <https://www.mozilla.org/it/>
- . Wikipedia - <https://it.wikipedia.org>
- . Internet Archive - <https://archive.org/about/>
- . Creative Commons - <https://creativecommons.it/chapterIT/>
- . WordPress - <https://it.wordpress.org/>
- . Phplist - <https://www.phplist.org/>