

## Prova di esame di Teoria dei Segnali II modulo

Candidato: \_\_\_\_\_

### Esercizio A

Il ricevitore di un segnale modulato FM con indice  $\beta = 2$  e frequenza portante  $f_0 = 100$  MHz è caratterizzato da un fattore di rumore  $F = 5$  dB, ed usa una antenna con  $G_R = 0$  dB. Determinare

1. il rapporto segnale-rumore di riferimento  $SNR_0$  necessario per ottenere un  $SNR$  dopo demodulazione pari a 50 dB

Il segnale modulante di banda base è limitato in banda tra  $\pm 15$  KHz; determinare

2. la banda occupata a radio frequenza  $B_{RF}$ ;
3. la potenza  $W_{dR}$  che occorre ricevere (o sensibilità del ricevitore)

Desiderando un margine di sistema  $M_{dB} = 30$  dB, disponendo al trasmettitore di una antenna con guadagno  $G_T = 15$  dB, e volendo realizzare (in condizioni di visibilità) una portata di 300 Km, determinare

4. l'attenuazione disponibile, e la massima attenuazione supplementare
5. la potenza del trasmettitore

### Esercizio B

Un collegamento in fibra ottica monomodo DS è utilizzato per trasmettere un segnale numerico a velocità  $f_b = 5$  Gbps. Determinare

1. la massima lunghezza del collegamento
2. il valore dell'attenuazione disponibile

In ricezione viene adottato un fotorivelatore InGaAs APD, mentre in trasmissione è impiegata una sorgente laser DFB. Determinare

3. la sensibilità del fotorivelatore alla velocità operativa
4. il guadagno di sistema
5. verificare che il limite di attenuazione non impedisca il collegamento, oppure se non sia possibile aumentare la portata ricorrendo ad un codice di linea RZ.

### Esercizio C

Una sorgente analogica con distribuzione delle ampiezze uniforme, limitata in banda tra  $\pm W = \pm 15$  KHz, viene campionata e quantizzata in modo che possa essere riprodotta con  $SNR_q \geq 50$  dB.

1. Determinare la velocità  $f_b$  del segnale numerico corrispondente

Il flusso numerico ottenuto viene suddiviso, ad intervalli di 20 millisecondi, in pacchetti dati, ad ognuno dei quali sono aggiunti 40 bytes ai fini di indirizzamento e controllo:

2. indicare il numero di bit di cui è composto ogni pacchetto

Qualora la probabilità di errore per bit nella ricezione del segnale numerico sia di  $P_e = 10^{-6}$

3. determinare la probabilità che un solo bit (qualunque) di un pacchetto sia errato;
4. determinare la probabilità che esattamente due bit (qualunque) di un pacchetto siano errati.

I pacchetti provenienti da più sorgenti sono multiplati a divisione di tempo, producendo un nuovo segnale numerico con organizzazione di trama, in cui trovano posto 101 time-slot, ognuno della dimensione di un pacchetto, uno dei quali (per ogni trama) viene utilizzato per la segnalazione associata al canale:

5. indicare la velocità complessiva  $f_M$  del segnale multiplato, ed il numero massimo di sorgenti contemporaneamente attive.

Ogni sorgente è attiva in modo intermittente, e le fasi di attività hanno una durata media di  $\tau_m = 1/\mu = 2.5$  minuti. Le sorgenti contemporaneamente attive ospitate nel segnale multiplato, appartengono ad un insieme molto più numeroso di potenziali sorgenti. Desiderando che la probabilità di rifiuto di una nuova richiesta di trasmissione (causata dal fatto che tutti i time-slot risultano occupati) non sia peggiore di  $10^{-3}$

6. determinare la frequenza massima di richieste/minuto  $\lambda$  provenienti dalla popolazione di sorgenti.

10 giugno 2009

## **Prova di esame di Teoria dei Segnali II modulo**

*Candidato:* \_\_\_\_\_

### *Domande a risposta aperta*

1. Commentare l'insorgenza del fenomeno di interferenza intersimbolica nelle trasmissioni numeriche, causato dalle distorsioni lineari imposte dal canale trasmissivo, e di come entrambi i fenomeni siano legati alla velocità di segnalazione
2. Disegnare e discutere uno schema di modulazione di ampiezza
3. Indicare la differenza tra potenza a vuoto (di segnale) e potenza disponibile di un generatore, e discutere le condizioni di adattamento tra generatore e carico
4. Definire cosa si intende per intermodulazione tra componenti analogiche di bassa frequenza, e descrivere le condizioni perché non si verifichino
5. Illustrare i peggioramenti di trasmissione che possono verificarsi nel caso di una trasmissione in cavo, le loro cause, e i possibili rimedi

Svolgimento della prova di T. dei Segnali II del 10 giugno 2009

A) dalla relazione  $SNR = 3\beta^2 SNR_0$  deriviamo  $SNR_0 = \frac{SNR}{3\beta^2}$

che, espresso in dB si scrive

$$SNR_0(\text{dB}) = SNR_{\text{dB}} - 10 \log_{10} 3\beta^2 = 50 - 10 \log_{10} 3 \cdot 4 = 50 - 10,78 = 39,2 \text{ dB}$$

2)  $B_{\text{RF}} = 2W(\beta+1) = 30 \cdot 10^3 (2+1) = 90 \text{ KHz}$

3) dato che  $SNR_0 = \frac{W_{\text{dr}}}{N_0 W}$  si ha  $W_{\text{dr}}(\text{dBm}) = SNR_0(\text{dB}) + N_0 \left( \frac{\text{dBm}}{\text{Hz}} \right) + W(\text{dBHz})$

in cui  $\frac{N_0}{2} = P_{\text{N}}(f) = \frac{1}{2} kT_0 F$  e dunque  $N_0 \left( \frac{\text{dBm}}{\text{Hz}} \right) = kT_0 \left( \frac{\text{dBm}}{\text{Hz}} \right) + F(\text{dB})$   
 $= -174 + 5 = -169 \frac{\text{dBm}}{\text{Hz}}$

quindi  $W_{\text{dr}}(\text{dBm}) = 39,2 \text{ dB} - 169 + 10 \log_{10} (15 \cdot 10^3) =$   
 $= 39,2 - 169 + 41,76 \approx -88 \text{ dBm}$

4)  $A_d = 32,4 + 20 \log_{10} f(\text{MHz}) + 20 \log_{10} d(\text{km}) - G_t(\text{dB}) - G_r(\text{dB}) =$   
 $= 32,4 + 20 \log_{10} 100 + 20 \log_{10} 300 - 15 = 32,4 + 40 + 49,54 - 15 \approx 107 \text{ dB}$

$A_{\text{max}}$  è pari al margine  $M_{\text{dB}}$  che desideriamo prevedere

5)  $W_{\text{dr}}(\text{dBm}) = W_{\text{dr}}(\text{dBm}) + A_d(\text{dB}) + M(\text{dB}) =$   
 $= -88 + 107 + 30 = 49 \text{ dBm} = 19 \text{ dW} \Rightarrow 10^{1,9} = 79 \text{ Wdr}$

B) 1) la fibra prescelta esibisce un PBL di  $179 \text{ Gbps} \cdot \text{km}$ , dunque la massima lunghezza è di  $L = \frac{\text{PBL}}{B} = \frac{179}{5} = 35,8 \text{ km}$

2) la fibra prescelta opera in terza finestra, dove l'attenuazione chilometrica  $A_0$  vale  $0,2 \text{ dB/km}$ , e dunque  $A_d = A_0 \cdot L = 0,2 \cdot 35,8 = 7,16 \text{ dB}$

3) la sensibilità di  $-37,5 \text{ dBm}$  è riferita alla  $f_b = 678 \text{ Mbps}$ , mentre a  $5 \text{ Gbps}$  vale  
 $W_{\text{r}}(5\text{G}) = W_{\text{r}}(678\text{M}) + 10 \log_{10} \frac{5000}{678} = -37,5 + 8,68 = -28,8 \text{ dBm}$

4)  $G_s = W_{\text{dr}} - W_{\text{dr}_{\text{min}}} = -5 \text{ dBm} + 28,8 = 23,8 \text{ dB}$

5) dato che  $G_s - A_d = 23,8 - 7,16 = 16,64 \text{ dB}$ , il limite di attenuazione non interviene.

Ricorrendo ad un codice RZ, il PBL risulta raddoppiato, e così anche la lunghezza del collegamento, che diviene ora  $L = 35,8 \cdot 2 = 71,6 \text{ km}$ .

Però, anche  $A_d$  raddoppia, e diviene  $A'_d = 14,32 \text{ dB}$ ,

mentre  $G_s$  si riduce di  $3 \text{ dB}$  a causa della minore durata del simbolo, portandosi a  $G'_s = 20,8$ . Dato che risulta ancora  $G'_s - A'_d = 20,8 - 14,32 = 6,48 > 0$ , il collegamento è

ancora possibile.

1) Dato che  $\text{SNR}_Q(\text{dB}) = 6 \cdot M \left[ \frac{\text{bit}}{\text{campiono}} \right]$ , allora

$$M = \frac{\text{SNR}_Q(\text{dB})}{6} = \frac{50}{6} = 8,33 \rightarrow 9 \text{ bit/campiono}$$

se  $W = 15 \text{ kHz}$ , allora deve risultare  $f_c = 2W = 30 \text{ kHz}$  e dunque

$$f_b = f_c \cdot M = 30 \cdot 10^3 \cdot 9 = 270 \text{ kbps}$$

2) in 20 millisecondi si accumulano

$$270 \cdot 10^3 \cdot 0,02 = 5400 \text{ bit}, \text{ a cui si aggiunge l'intersezione di } 40 \times 8 = 320 \text{ bit,}$$

$$\text{e dunque un pacchetto ha dimensione } 5400 + 320 = 5720 \text{ bit} \\ = 715 \text{ bytes}$$

3) si ha un solo bit sbagliato se uno è errato e gli altri giusti, sommato per tutti i casi possibili, e cioè

$$P_e(\text{1 bit errato nel pacchetto}) = P_e(1 - P_e)^{5719} \cdot 5720 \approx 5,7 \cdot 10^{-3}$$

4) Stavolta usiamo la (5.4) di pag. 79

$$P(2, n) \approx \frac{n(n-1)}{2} P_e^2 = \frac{5720 \cdot 5719}{2} (10^{-6})^2 \approx 16,3 \cdot 10^{-6}$$

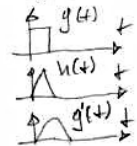
5)  $f_M = 5720 \cdot 0,01 = 57720 \text{ bit/sec}$ , mentre il massimo numero di sorgenti contemporaneamente attive è 100

6) dalle curve di fig. 8.1 si trova che 100 sorgenti passano parzialmente con una probabilità di rifiuto di  $10^{-3}$ , qualora l'intensità di traffico offerto  $A_0$  sia pari a 72 Erlang.

però dato  $A_0 = \frac{\lambda}{\mu}$  permette di ottenere

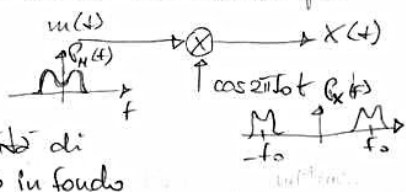
$$\lambda = A_0 \cdot \mu = A_0 \cdot \frac{1}{T_m} = 72 \cdot \frac{1}{2,5} = 28,8 \frac{\text{richieste}}{\text{minuto}}$$

1) Un segnale numerico  $x(t) = \sum a_n g(t - nT_s)$  con impulso elementare  $g(t)$ , quando è trasmesso su di un mezzo che non ha le caratteristiche di canale perfetto, e dunque esibisce fenomeni di distorsione lineare, si trasforma in un segnale  $x'(t) = \sum a_n g'(t - nT_s)$ , in cui  $g'(t) = g(t) * h(t)$ , dove  $h(t) \neq c \delta(t - \tau)$  è la risposta impulsiva del mezzo. In particolare, l'estensione temporale di  $g'(t)$  è divenuta pari alla somma di quella di  $h(t)$  e di quella di  $g(t)$ . Per questo, se l'estensione temporale risultante è comparabile con il periodo di simbolo  $T_s$ , la forma d'onda legata ad  $a_n$  invade quello legato al successivo  $a_{n+1}$ , producendo il fenomeno di interferenza intersimbolica. qualora il valore di  $T_s$ , invece, fosse risultato sufficientemente elevato, ciò non sarebbe avvenuto, e dunque l'ISI può essere combattuto riducendo la frequenza di segnalazione  $f_s = \frac{1}{T_s}$ .



2) D'altro parte, un segnale numerico con  $g(t)$  di durata maggiore, corrisponde una densità spettrale con occupazione in frequenza ridotta, e dunque un valore di distorsione di ampiezza ridotto.

3) Data la genericità della domanda, conviene far riferimento allo schema più semplice di modulazione AM-ZC-PS, in cui il segnale modulante  $m(t)$  è moltiplicato per una portante sinusoidale a frequenza  $f_0$ , determinando la traslazione dello spettro di densità di potenza  $P_M(f)$  alle frequenze  $\pm f_0$ . (\*) Vedi nota in fondo



3) La potenza avuta di un generatore si misura in  $[Volt^2]$ , e rappresenta la potenza del segnale  $P_g(f)$  presa ai morsetti dello stesso quando sono collegati al carico. La connessione del carico determina, per un segnale misurato allo stesso punto, una riduzione dello stesso, legata al rapporto di partizione che si viene a creare tra impedenza di carico  $Z_c(f)$  ed impedenza interna del generatore  $Z_g(f)$ . Nel caso in cui risulti  $Z_c(f) = Z_g^*(f)$ , allora la potenza ceduta al (ed assorbita dal) carico è la massima possibile, vale  $\frac{P_{g0}(f)}{4R_g(f)}$ , e prende il nome di potenza disponibile, significando che è questa il generatore può erogare (al massimo) nelle condizioni ottimali.

4) L'intermodulazione tra c.a. di b.f. è un fenomeno che insorge di seguito del filtraggio di un segnale modulato. Esso consiste nel risultato analitico in base al quale la c.a. di b.f. del risultato risultano dipendere da entrambe le componenti dell'ingresso e della risposta impulsiva del canale, ovvero  $y_c(t) = \frac{1}{2} [x_c(t) * h_c(t) - x_s(t) * h_s(t)]$ . In conseguenza è che questo  $y_s(t) = \frac{1}{2} [x_s(t) * h_c(t) + x_c(t) * h_s(t)]$  tipo di peggioramento o irrecuperabile.

Il fenomeno di intermodulazione tra c.a. di b.f. non si presenta, se uno dei due termini della somma è nullo, ovvero se  $x_2(t)=0$ , oppure  $h(t)=0$ . Si può dimostrare che ciò avviene, qualora lo spettro di ampiezza dell'involuppo complesso  $x(t)$  o  $h(t)$  goda delle proprietà di simmetria coniugata, ovvero uno dei due involuppi complessi sia solo reale, come ad esempio è il caso per la modulazione AM-PLP.

- 5) La teoria delle linee di trasmissione uniformi potrà rappresentare un cavo in termini di una rete due porte, le cui impedenze di ingresso e di uscita, e la funzione caratteristica, dipendono dai valori delle costanti distribuite legate alla particolare tipologia di cavo. Ciò comporta la possibile insorgenza di fenomeni di attenuazione supplementare nel caso in cui le impedenze del generatore e del carico non soddisfino la condizione di massimo trasferimento di potenza; l'insorgenza di fenomeni di distorsione lineare, qualora le impedenze di misura non siano proporzionali a quelle di ingresso e di uscita, e l'insorgenza di distorsioni lineari, qualora le costanti distribuite non soddisfino le condizioni di  $H_{max}$  statiche.

D'altra parte, all'aumentare dell'occupazione di banda da parte del segnale trasmesso, acquista importanza sempre più rilevante il fenomeno di distorsione lineare noto come effetto pelle, legato all'addensamento degli elettroni nella regione prossima alla superficie esterna del cavo, e che aumenta (in dB) con la radice quadrata della frequenza. Infine, l'attenuazione disponibile (ad ogni frequenza) aumenta (in dB) con legge lineare all'aumentare della lunghezza del collegamento.

Ah! dimenticavo la distorsione ---  
Soluzioni? le distorsioni lineari si attenuano con l'equalizzatore ---

4) → prosecuzione di 2)

Severè lo risposta data sia sufficiente, è possibile dimostrare di aver compreso perché lo schema con il moltiplicatore c.a.s.s. una traslazione in frequenza. La ragione è che 1) il prodotto nel tempo equivale ad una convoluzione in frequenza, 2) la trasformata di un coseno sono due impulsi centrati in  $\pm f_0$ , e 3) la convoluzione con un impulso, determina una traslazione. Ecco.