

Prova di esame di Teoria dei Segnali II modulo

Prima Parte

Candidato: _____

1. Una trasmissione orientata al carattere è realizzata mediante parole di 7 bit, a cui si aggiunge un bit di parità. Considerando un sistema di trasmissione caratterizzato da una probabilità di errore sul bit di $P_e = 10^{-5}$, determinare la probabilità di *non rilevare* un errore *di parola*.
2. Indicare l'espressione analitica di un segnale modulato AM-BLU e del suo involuppo complesso, e disegnare lo schema simbolico di una possibile architettura di modulazione
3. Confrontare le prestazioni ottenibili dalle tecniche di modulazione AM e FM al fine di massimizzare la potenza trasmessa da un amplificatore affetto da distorsioni non lineari
4. Confrontare la legge di dipendenza della attenuazione disponibile in funzione della lunghezza del collegamento, per i casi di un mezzo trasmissivo radio oppure cavo, indicando il motivo della differenza
5. Descrivere cosa si intende con la locuzione *compromesso banda-potenza*, e fornire esempi per i casi di trasmissione analogiche e numeriche

Prova di esame di Teoria dei Segnali II modulo

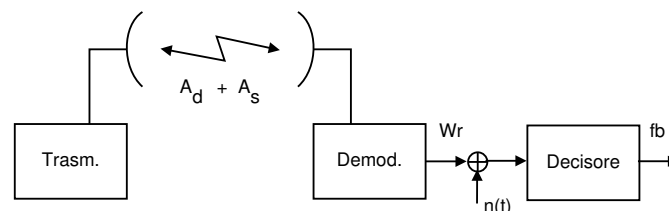
Seconda Parte

Candidato: _____

Esercizio A Un segnale radio numerico viene ricevuto e demodolato, ottenendo un segnale dati di banda base a velocità $f_b = 1$ Mbps, realizzato mediante simboli a 64 livelli, con potenza $W_{dR} = -54.5$ dBm e impulso di Nyquist a banda minima. Considerando che in ingresso al decisore è presente un processo equivalente di rumore AWGN con densità di potenza pari a $W_{dN}(f) = -150$ dBm/Hz, calcolare

1. la velocità di simbolo del segnale demodolato, e la rispettiva banda occupata
2. il valore di E_b/N_0 [dB] al punto di decisione, e la rispettiva probabilità di errore sul bit

A causa di un errore di progettazione della sezione radio, si verifica l'insorgenza di una attenuazione supplementare A_s pari a 10 dB, che riduce della stessa misura la potenza ricevuta. Allo scopo di ristabilire il valore di P_e ottenuto in 2), trasmettitore e ricevitore raggiungono un nuovo accordo, e riducono il numero di livelli L con cui effettuare la trasmissione numerica.



3. indicare il nuovo valore di L , e la nuova occupazione di banda

Esercizio B 5000 sorgenti analogiche sono campionate, quantizzate e multipliate a divisione di tempo, per creare un segnale STM-4 trasmesso mediante una fibra ottica monomodo-DS.

1. considerando che ogni sorgente è limitata in banda tra $\pm W = 10$ KHz e che si desidera un SNR_q di quantizzazione pari a 30 dB, calcolare la velocità binaria f_b prodotta da ognuna di esse.
2. considerando la velocità di trasmissione del multiplex STM-4, valutare l'efficienza $\rho = \frac{\text{bit/sec delle sorgenti}}{\text{bit/sec complessivi}}$ conseguita
3. considerando di adottare una sorgente laser DFB ed un fotorivelatore InGaAs APD, determinare la massima lunghezza del collegamento, e valutare se non predomini il limite di attenuazione

Svolgimento prova del 22-7-2010

PRIMA PARTE

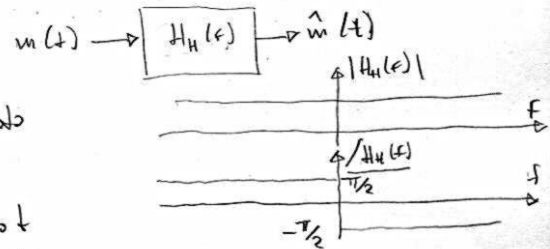
1) L'uso del controllo di parità permette di rilevare un numero di errori dispari, e quindi la parola di 8 bit (7 di dati + 1 di parità) può essere accettata anche se errata, nel caso contenga 2, 4, 6 o 8 bit errati. La formula generale della probabilità di k errori su N è quella di Bernoulli (o binomiale), che nel caso in cui $P_e \ll 1$ ed N non troppo grande si semplifica come $P_r(k \text{ errori su } N) \approx \frac{N(N-1) \dots (N-k+1)}{k!} P_e^k$. Inoltre, sempre nel caso di P_e ed N piccoli, si mostra che la prob di avere più di 2 bit errati è trascurabile rispetto a quella di avere 2 bit errati. Pertanto, la prob di una parola errata e non rilevata è pari a $P_r(2 \text{ errori su } 8) = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 7 \cdot (P_e)^2 = 28 \cdot 10^{-10} = 2,8 \cdot 10^{-9}$, ossia è pari alla prob. di avere 2 bit errati ($10^{-6} \cdot 10^{-5}$) moltiplicata per tutti i diversi modi di scegliere 2 bit tra 8.

2) $X_{AM-BLU}(t) = m(t) + j \hat{m}(t) = x_c(t) + j x_s(t)$

in cui $\hat{m}(t)$ è la trasformata di Hilbert di $m(t)$

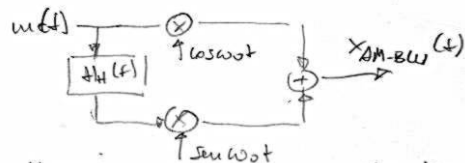
$$\hat{m}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\pi \tau} m(t-\tau) d\tau$$

ottenibile per via circuitale mediante un filtro la cui risposta in frequenza è mostrata al lato



$$X_{AM-BLU}(t) = x_c(t) \cos \omega_0 t - x_s(t) \sin \omega_0 t = m(t) \cos \omega_0 t - \hat{m}(t) \sin \omega_0 t$$

ottenibile mediante un modulatore in fase e quadratura oppure un modulatore BLD seguito da un filtro passa banda



3) Un amplificatore affetto da distorsioni non lineari presenta una caratteristica ingresso-uscita istantanea che, alla massima potenza, introduce una deformazione nella forma d'onda del segnale trasmesso. Dato che la modulazione AM imprime l'informazione ^{propria} sulla ampiezza, la potenza di uscita deve essere ridotta (tecnica del back-off) rispetto alla massima, in modo da rimanere nella regione lineare. Al contrario, nel caso dell'FM l'ampiezza è costante (e tale rimane, anche la portante sinusoidale ma difetto il suo aspetto) ed il segnale può essere trasmesso aperta potenza. Tanto è vero che in ricezione di un segnale FM, ^{più volte} è preferibile un dispositivo squadratore che intenzionalmente introduce una non linearità, dato che l'informazione è impressa sulla fase della portante.

- 4) Nella trasmissione radio il segnale si attenua in modo proporzionale al quadrato della distanza, perché la sua potenza si disperde su di una superficie (conica, toroidale o sferica, a seconda della geometria dell'antenna) che appunto aumenta con il quadrato della distanza. Al contrario, nella trasmissione in cavo la potenza si attenua con legge

esponenziale in funzione della distanza, in quanto il fenomeno di dissipazione legato alla componente resistiva del cavo assorbe una frazione della potenza in transito, lungo tutta la lunghezza del cavo. Questi due andamenti della attenuazione, se espressi in decibel, danno luogo ad una legge di dipendenza rispettivamente logaritmica ($20 \log_{10} d$) e lineare ($A_0 \cdot d$) per i casi rispettivamente di collegamento radio e in cavo.

- 5) Per compromesso banda-potenza si intende la possibilità di sopprimere ad una potenza insufficiente a conseguire le prestazioni desiderate (esprese nei termini di SNR o P_e), aumentando la banda occupata dal segnale trasmesso. Oppure, la possibilità di ridurre la banda, e mantenere le stesse prestazioni aumentando la potenza trasmessa. Nel caso analogico, questo particolarità è riscontrabile considerando che l'espressione dell'SNR dopo demodulazione $SNR = 3\beta^2 SNR_0$ migliora all'aumentare della banda occupata, espressa in modo approssimato dalla regola di Carson $B \approx 2W(\beta+1)$ e W = banda del segnale modulante. Nel caso numerico, il compromesso banda-potenza ha come conseguenza che, aumentando il numero di livelli L , e quindi riducendo la banda (pari a $B = \frac{f_b}{2 \log_2 L}$) si ha un peggioramento della probabilità di errore, per compensare la quale occorre aumentare la potenza trasmessa.

Seconda Parte

(A)

$$1) f_s = \frac{f_b}{M} = \frac{10^6}{6} = 166 \text{ kbps}$$

in quanto $M = \log_2 L = \log_2 64 = 6$ bit/simbolo. Pertanto

$$B = \frac{f_s}{2} = \frac{166 \cdot 10^3}{2} = 83,3 \text{ KHz}$$

dato che un impulso a banda minima è ad es. con caratteristica a coseno rialzato e $\beta = 0$

2) Nota che $E_b = W_R / f_b$

e che $N_0 = 2 W_N(f)$ scriviamo

$$\frac{E_b}{N_0} = \frac{W_R}{f_b \cdot 2 W_N(f)}$$

che espresso in decibel fornisce

$$\frac{E_b}{N_0} \text{ [dB]} = W_R \text{ [dBm]} - 10 \log_{10} (f_b \text{ [Hz]}) - 3 - W_N \text{ [dBm/Hz]}$$

$$= -54,5 - 60 - 3 + 150 = 32,5 \text{ dB}$$

che, consultando le curve a pag 148 del testo, corrispondono, nel caso di $L=64$ livelli, ad una P_e di 10^{-5}

- 3) la riduzione di 10 dB della potenza ricevuta determina un nuovo valore di $\frac{E_b}{N_0}$ pari a 22,5 dB, e consultando le stesse curve di prima, si osserva che è ancora possibile conseguire una $P_e = 10^{-5}$, purché si adottino $L=16$ livelli, corrispondenti a $M=4$ bit/simbolo. Pertanto, la nuova occupazione di banda risulta $B = \frac{f_s}{2} = \frac{f_b}{2M} = \frac{10^6}{8} = 125 \text{ kHz}$

(B)

1) $f_b = f_c (\text{campioni/sec}) \cdot M (\text{bit/campione}) = 2 \cdot 10^4 \cdot 5 = 100 \text{ kbps}$

in quanto, se $\text{SNR}_q \approx 6 \cdot M = 30 \text{ dB}$ allora $M = \frac{30}{6} = 5$ bit/campione

- 2) il multiplex STM-4 ha una velocità di trasmissione pari a

$$622.080 \text{ kbps, pertanto } \rho = \frac{5 \cdot 10^3 \cdot 10^5}{622 \cdot 10^5 \cdot 10^3} = 0,8 \rightarrow 80\%$$

- 3) Per la coppia fibra-sorgente indicata si ha un PBL di 173 Gbps·km, dunque (alla velocità di 622080 kbps) si può coprire la distanza

$$d(\text{km}) = \frac{\text{PBL}}{f_b} = \frac{173}{622} = 287 \text{ km}$$

→

Dato che una sorgente DFB laser può trasmettere una potenza di -5 dBm e che il fotodetettore InGaAs APD offre una sensibilità di -37.5 dBm a 678 Mbps, che aumenta a

$$W_{dr}(622 \text{ Mbps}) = W_{dr}(678) + 10 \log_{10} \frac{622}{678} = -37.5 - 0.37 = -37.87 \text{ dBm}$$

otteniamo un guadagno di sistema pari a

$$G_s(\text{dB}) = W_{tr} - W_{dr} = -5 + 37.87 = 32.87 \text{ dB}$$

con i quali è possibile coprire una distanza pari a

$$d_{km} = \frac{G_s(\text{dB})}{A_t(\text{dB/km})} = \frac{32.87}{0.2} = 164.35 \text{ km}$$

Però, il limite di attenuazione predomina, e la massima lunghezza del collegamento è pari a 164.35 km