

25 Settembre 2009

## Prova di esame di Teoria dei Segnali II modulo

### Prima Parte

*Candidato:* \_\_\_\_\_

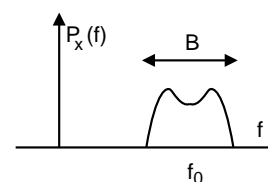
1. Commentare la dipendenza della attenuazione di un collegamento trasmissivo rispetto alla sua lunghezza, confrontando i casi di trasmissione via cavo e trasmissione radio per spazio libero
2. Illustrare la dipendenza dell' $SNR$  di quantizzazione rispetto al numero di bit/campione utilizzati
3. Disegnare lo schema e discutere il funzionamento di un demodulatore AM omodina

## Prova di esame di Teoria dei Segnali II modulo

### Seconda Parte

Candidato: \_\_\_\_\_

**Esercizio A** Un cavo coassiale di lunghezza  $L = 5$  Km e diametri 1.2/4.4 mm viene usato per trasmettere un segnale AM-BLD  $x(t)$  con portante  $f_0 = 800$  KHz e banda a frequenze positive  $B = 100$  KHz. Il demodulatore di ricezione presenta un fattore di rumore  $F = 7$  dB, mentre si desidera una qualità dopo demodulazione corrispondente a  $SNR = 50$  dB. Considerando



- che tutto il sistema si trova alla temperatura ambiente  $T_0$
- trascurabili gli effetti di distorsione lineare dovuti all'effetto pelle
- soddisfatte tutte le condizioni di adattamento del cavo alle estremità

determinare la potenza che occorre trasmettere.

**Esercizio B** Un numero molto elevato di sorgenti informative presenta un funzionamento intermittente, la cui fase di attività ha durata media  $\tau = 2.5$  minuti, offrendo collettivamente un traffico  $A_o = 72$  Erlang.

1. Indicare la frequenza media  $\lambda_o$  di richieste/minuto

Durante il funzionamento ogni sorgente trasmette una sequenza numerica costituita da simboli appartenenti ad un alfabeto di cardinalità  $L = 64$ , con una frequenza  $f_s = 1600$  baud

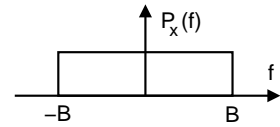
2. indicare il numero  $M$  di bit/simbolo necessario a rappresentare la sequenza in binario, e la velocità  $f_b \left[ \frac{\text{bit}}{\text{secondo}} \right]$  corrispondente

I flussi binari provenienti dalle sorgenti sono multiplati a divisione di tempo ed organizzati in una struttura di trama

3. determinare il numero di time-slot necessari a garantire una probabilità di rifiuto inferiore a  $10^{-3}$ , e la velocità binaria  $f_b^T$  del segnale multiplato, qualora si prevedano 10 time-slot aggiuntivi per finalità di segnalazione

Il segnale binario a velocità  $f_b^T$  attraversa uno stadio di codifica di linea, producendo un segnale dati a 2 livelli  $x(t)$  con caratteristica a coseno rialzato con roll-off  $\gamma = 0$ . Tale segnale viene trasmesso, ed al punto di ricezione presenta una potenza pari a  $-50$  dBm mentre il rumore equivalente (limitato alla banda di segnale) in ingresso al ricevitore è di  $-63$  dBm.

4. Determinare la banda  $B$  occupata dal segnale dati  $x(t)$
5. valutare il valore di  $E_b/N_0$  [dB]
6. individuare il valore della probabilità di errore per bit  $P_e$



**Esercizio C** Un segnale sinusoidale  $x(t) = 10 \cos(628 \cdot t)$  Volt attraversa un dispositivo non lineare caratterizzato da  $G = 1$  e da un fattore di intermodulazione di terza armonica pari a  $\mu_3 = 2.7 \cdot 10^{-3} [V^{-2}]$ . Determinare



1. la potenza  $P_x$  di  $x(t)$
2. la frequenza  $f_0$  di  $x(t)$
3. la potenza  $P_I$  misurabile a frequenza  $f_0$  per il segnale  $y(t) = g[x(t)]$  in uscita dal dispositivo
4. la potenza  $P_{III}$  a frequenza  $3f_0$  per  $y(t)$
5. il valore della ampiezza di  $x(t)$  per cui si ottiene  $P_{III} = 0.01\%$  di  $P_I$

## Riposte alla seconda parte

Svolgimento 2<sup>a</sup> parte esame T. dei Segnali II

25 settembre 2009

(A) La potenza che occorre trasmettere vale

$$W_{TR} (\text{mW}) = 10^{\frac{W_{TR} (\text{dBm})}{10}} = 10^{-4,33} = 4,67 \cdot 10^{-5} \text{ mW}$$

in quanto

$$W_{TR} (\text{dBm}) = W_{DR} (\text{dBm}) + A_d (\text{dB}) = -67 + 23,7 = -43,3 \text{ dBm}$$

in cui

$$A_d (\text{dB}) = L \cdot A_0 \cdot \sqrt{F} = 5 \cdot 5,3 \cdot \sqrt{0,8} = 23,7 \text{ dB}$$

$$W_{DR} (\text{dBm}) = W_{DN} (\text{dBm}) + \text{SNR}_0 (\text{dB}) = -117 + 50 = -67 \text{ dBm}$$

in quanto

$$W_{DN} (\text{W}) = \frac{1}{2} B \cdot \frac{1}{2} k T_0 F \quad \text{dato che è tutto a temperatura } T_0$$

quindi

$$W_{DN} (\text{dBm}) = 10 \log_{10} (B [\text{Hz}]) + k T_0 \left[ \frac{\text{dBm}}{\text{Hz}} \right] + F (\text{dB})$$

$$= 10 \log_{10} (10^5) - 174 + 7 = 50 - 174 + 7 = -117 \text{ dBm}$$

- (B) 1)  $A_0 = \frac{d}{\mu} \rightarrow d = A_0 \cdot \mu = \frac{A_0}{\tau} = \frac{72}{2,5} = 28,8 \text{ richieste/min}$
- 2) per rappresentare  $L=64$  simboli occorrono  $M = \log_2 L = 6 \text{ bit/simbolo}$   
 a cui corrisponde una velocità binaria  $f_b = f_s \cdot M = 1,6 \cdot 10^3 \cdot 6 = 9,6 \cdot 10^3 \frac{\text{bit}}{\text{sec}}$
- 3) dalle curve di Prob (blocco) vs.  $A_0$  si ricava che occorrono circa 100 serveri, ossia time-slot, che sommati a 110 per occupare la segnalazione, a cui corrisponde una velocità binaria pari a  $f_b^T = 110 \cdot f_b = 110 \cdot 9,6 \cdot 10^3 = 1,056 \text{ Mbps}$
- 4) la banda occupata da un segnale dati con caratt. di Nyquist a coseno rialzato risulta pari a
- $$B = \frac{f_s}{2} \frac{1}{\frac{1}{2} L} (1+\gamma) = \frac{f_b^T}{2} = 528 \text{ KHz}$$
- 5) Convertiamo innanzitutto le potenze in unità lineari
- $$\begin{cases} W_{DR} = -50 \text{ dBm} \rightarrow 10^{-5} \text{ mW} = 10^{-8} \text{ Watt} \\ W_{DN} = -63 \text{ dBm} \rightarrow 10^{-6,3} \text{ mW} = 5 \cdot 10^{-7} \text{ mW} = 5 \cdot 10^{-10} \text{ Watt} \end{cases}$$
- in modo da poter calcolare
- $$\begin{cases} E_b = \frac{W_{DR} [\text{Watt}]}{f_b^T} = \frac{10^{-8}}{1,056 \cdot 10^6} = 9,46 \cdot 10^{-15} \text{ Joule} \\ N_0 = \frac{W_{DN}}{B} = \frac{5 \cdot 10^{-10}}{528 \cdot 10^3} = 9,46 \cdot 10^{-16} \frac{\text{W}}{\text{Hz}} \end{cases}$$
- quindi
- $$\frac{E_b}{N_0} [\text{dB}] = 10 \log_{10} \frac{E_b [\text{Joule}]}{N_0 [\frac{\text{Watt}}{\text{Hz}}]} = 10 \log_{10} \frac{9,46 \cdot 10^{-15}}{9,46 \cdot 10^{-16}} = 10 \text{ dB}$$
- 6) per il valore di  $\frac{E_b}{N_0} = 10 \text{ dB}$  si ottiene  $P_e \approx 3 \cdot 10^{-6}$

1)  $P_x = \frac{A^2}{2} = \frac{10^2}{2} = \frac{100}{2} = 50 \text{ V}^2$

2)  $\omega_0 = 2\pi f_0 = 628 \rightarrow f_0 = \frac{628}{2\pi} = 100 \text{ Hz}$

3)  $P_I = \frac{A^2 A^2}{2} \left(1 + \frac{3}{4} \beta A^2\right)^2$  ← non si semplifica perché  
 $\beta = 2G^2 \mu_3 = 5,4 \cdot 10^{-3} \cancel{\frac{A}{3}} \frac{1}{A^2} = 1,83 \cdot 10^{-2}$   
 $= P_x (1 + 0,75 \cdot 5,4 \cdot 10^{-3} \cdot 10^2)^2 = \dots$   
 $= P_x (1,406)^2 = 50 \cdot 1,97 = 98,8 \text{ V}^2$

4)  $M_3^2 = \frac{P_{III}}{P_I^3} \rightarrow P_{III} = M_3^2 \cdot P_I^3 = (2,7 \cdot 10^{-3})^2 \cdot (98,8)^3 = 7,29 \cdot 10^{-6} \cdot 9,64 \cdot 10^5 \approx 7 \text{ [V}^2\text{]}$

5) se  $P_{III} = 0,0001 P_I$  allora

$$\underbrace{M_3^2 P_I^3}_{P_{III}} = 10^{-4} P_I \rightarrow P_I (M_3^2 P_I^2 - 10^{-4}) = 0$$

$$P_I^2 = \frac{10^{-4}}{M_3^2} \rightarrow P_I = \frac{\sqrt{10^{-4}}}{M_3} = \frac{10^{-2}}{2,7 \cdot 10^{-3}} = 3,7 \text{ [V}^2\text{]}$$

e dunque

$$P_x = \frac{P_I}{\left(1 + \frac{3}{4} \beta A^2\right)^2} = \frac{3,7}{1,97} \approx 1,87 \text{ [V}^2\text{]}$$

perdendo  
 $A = \sqrt{2P_x} = \sqrt{2 \cdot 1,87} = 1,93 \text{ Volt}$

(\*) Soluzione alternativa per le domande B5 e B6

5) Osserviamo che la relazione  $SNR = \frac{E_b}{N_0} \frac{2 \log_2 L}{(1+\gamma)}$  nel nostro caso fornisce  $\frac{E_b}{N_0} = \frac{SNR}{2}$ ; d'altra parte

$$SNR(\text{dB}) = W_2(\text{dBm}) - W_N(\text{dBm}) = -50 + 63 = 13 \text{ dB}$$

ovvero pari ad un rapporto di  
 $SNR = 10^{1,3} = 20$  volte

perdendo,  $\frac{E_b}{N_0} = 10 \log_{10} \frac{SNR}{2} = 10 \text{ dB}$