16 gennaio 2018

# Prova di esame di Teoria dei Segnali

**Parte quantitativa**

*Candidato*: ___________________________________________________________________

**Esercizio A** Si consideri la somma di due segnali $y(t) = x(t) + n(t)$, in cui $x(t) = A \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} rect_{\frac{T}{2}}(t - nT)$ è un'onda quadra a media non nulla, e $n(t)$ è un processo stazionario, ergodico, bianco, gaussiano e a media nulla, descritto da una $\mathcal{P}_n(f) = \frac{N_0}{2}$. Determinare

1. la potenza $\mathcal{P}_x$ di $x(t)$;
2. la funzione di autocorrelazione $\mathcal{R}_x(\tau)$ di $x(t)$;
3. la funzione di autocorrelazione $\mathcal{R}_y(\tau)$ di $y(t)$ [1];
4. la densità di potenza $\mathcal{P}_y(f)$ del segnale $y(t)$;

**Esercizio B** Il 25% dei lanci di un dado truccato produce come esito il lato contrassegnato con *due*, mentre il rimanente 75% dei lanci è distribuito uniformemente sulle altre facce. Valutare

1. la d.d.p. $p(d)$ della v.a. discreta $d$ che rappresenta l'esito del lancio, e disegnarla;
2. l'entropia della corrispondente sorgente informativa. E' minore o maggiore di quella di un dado normale?
3. il valore atteso del risultato del lancio;
4. la percentuale media di guadagno di chi, conoscendo il trucco, scommettesse sempre le stessa posta sul due (si consideri una vincita pari a 5 volte la posta, più la posta stessa, mentre in caso di perdita, la perdita è persa).

**Esercizio C** Un segnale limitato in banda nell'intervallo $f \epsilon (W, W)$, con $W = 5$ KHz, viene campionato nel rispetto delle condizioni di Nyquist, ed i campioni quantizzati uniformemente con $M$ bit/campione. Dopo la loro trasmissione e/o immagazzinamento, il segnale viene ricostruito mediante una conversione D/A che adotta impulsi rettangolari di base $\tau = 0.1 \cdot T_c$.

1. Indicare la minima frequenza di campionamento $f_c$;
2. indicare il valore di $M$ affinché l'$SNR$ di quantizzazione sia migliore di 50 dB;
3. individuare la quantità di memoria necessaria a memorizzare un minuto di segnale;
4. trascurando ora l'errore di quantizzazione, indicare la relazione tra lo spettro del segnale ricostruito $X^{\circ}(f)$ e quello del segnale originario.

[1] suggerimento: considerare $x(t)$ come membro di un processo ergodico $x(t, \theta)$ con $\theta$ v.a. uniforme tra $\pm\frac{T}{2}$, e indipendente da $n(t)$

**Esercizio D** Un segnale numerico $x(t)$ a velocità $f_b = 1$ Mbps è realizzato mediante un impulso di Nyquist a coseno rialzato con $\gamma = 1$ e trasmesso con $L = 32$ livelli, associando ad essi le configurazioni binarie previste dalla codifica di Gray, ed è ricevuto in presenza di un rumore additivo $n(t)$ gaussiano bianco e a media nulla.

1. Disegnare lo schema del *ricevitore* di $x(t)+n(t)$, mostrando i passi necessari per risalire al flusso binario di origine;
2. determinare l'$\frac{E_b}{N_0}$ necessario ad ottenere una $P_e = 10^{-5}$;
3. Qualora il rumore abbia una densità di potenza $\mathcal{P}_n(f) = \frac{N_0}{2}$ pari a $5,92 \cdot 10^{-10}$, determinare la potenza $\mathcal{P}_x$ che è necessario ricevere.
4. E' possibile mantenere la stessa $P_e$ pur ricevendo una potenza $\mathcal{P}_x$ inferiore? Come? A che prezzo?

16 gennaio 2018

## Prova di esame di Teoria dei Segnali

### Parte qualitativa

*Candidato*: ______________________________________________________________________

**Esercizio A** L'espressione $x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n g(t - nT)$ rappresenta:

1. un segnale periodico di periodo $T$,
2. un processo ad aleatorietà parametrica,
3. o un segnale modulato?

**Esercizio B** Il segnale $x(t) = rect_T(t)$ è posto in ingresso ad un filtro con risposta in frequenza $H(f) = \cos(2\pi f \tau)$.

1. Calcolare l'uscita $y(t) = x(t) * h(t)$;
2. individuare il valore di $\tau$ tale da produrre una uscita pari a $y(t) = rect_{2T}(t)$;
3. indicare le modifiche da apportare ad $H(f)$ (od $h(t)$) in modo che il filtro sia causale e dunque fisicamente realizzabile.

**Esercizio C** Un segnale modulato $x(t)$ a portante $f_0$ è descritto dalle c.a. di b.f. $\begin{cases} x_c(t) = 1 \\ x_s(t) = 1 + m(t) \end{cases}$ in cui $m(t)$ è membro di un processo gaussiano bianco a media nulla e potenza unitaria.

1. Indicare l'espressione di $\underline{x}(t)$ e di $x(t)$;
2. indicare il tipo (e sottotipo) di modulazione realizzata, spiegandone il motivo e commentando la particolarità del risultato[2];

**Esercizio D** Data una grandezza $\alpha$ espressa in *scala lineare*

1. indicare il calcolo necessario ad esprimerla in $dB$, ovvero $\alpha(dB)$;
2. indicare il valore in dB di $\beta = 0,5 \cdot \alpha$;
3. conoscendo che $\gamma(dB) = 5$ dB, quanto vale $\gamma$ in scala lineare?

**Esercizio E** Disegnare le forme d'onda risultanti dalle espressioni

1. $x(t) = \cos\left(\pi \frac{t}{T}\right) \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} 2rect_T(t - 2nT)$;
2. $y(t) = rect_T(t) + tri_T\left(t - \frac{T}{2}\right)$.

Fornire una espressione analitica per le forme d'onda

3. 
4. 

[2] suggerimento: si ricordi che $\cos(\alpha) \pm \sin(\alpha) = \sqrt{2}\sin\left(\frac{\pi}{4} \pm \alpha\right) = \sqrt{2}\cos\left(\frac{\pi}{4} \mp \alpha\right)$