Capitolo 5

Elementi di trasmissione dati

5.2.3 Equalizzazione

Se il canale non è perfetto, viene nuovamente introdotta ISI. Il canale *non* perfetto introduce *distorsione lineare*, che può essere compensata mediante un filtro di equalizzazione tale che

$$H(f)\, H_{eq}(f) = a\mathrm{e}^{-j2\pi f\tau} \qquad \textit{ovvero} \qquad H_{eq}(f) = \frac{a\mathrm{e}^{-j2\pi f\tau}}{H(f)}$$

Se conosciamo $H(f)$, la $H_{eq}(f)$ può essere approssimata mediante un filtro trasversale (vedi § 9.7), calcolando i coefficienti del filtro come quelli di uno sviluppo in serie, ed accettando l'errore residuo dovuto al troncamento della serie, necessario ad ottenere un $h_{eq}(t)$ di durata finita.

Ciò che è direttamente disponibile al ricevitore non è l'$H(f)$ del canale, ma ciò che ne esce; inoltre nel caso delle trasmissioni numeriche, siamo interessati ai soli valori negli istanti multipli del periodo di simbolo.

Zero forcing equalization manteniamo per l'equalizzatore la struttura individuata dal filtro trasversale, ma calcoliamone ora i coefficienti imponendo le condizioni di Nyquist nel dominio del tempo. La fig. 11.3-5 mostra un filtro trasversale con $2N + 1$ coefficienti ed un ritardo totale $2ND$. Si assume che la sagoma distorta di un impulso $\tilde{p}(t)$ in ingresso all'equalizzatore abbia un picco a $t = 0$ ed ISI su entrambi i lati. L'impulso equalizzato di uscita è

$$p_{eq}(t) = \sum_{n=-N}^{N} c_n \tilde{p}(t - nD - ND)$$

e campionandolo agli istanti $t_k = kD + ND$ otteniamo

$$p_{eq}(t_k) = \sum_{n=-N}^{N} c_n \tilde{p}(kD - nD) = \sum_{n=-N}^{N} c_n \tilde{p}_{k-n}$$

avendo adottato l'abbreviazione $\tilde{p}_{k-n} = \tilde{p}(kD - nD)$; il risultato prende quindi la forma di una *convoluzione discreta*. I $2N + 1$ termini da cui dipende $p_{eq}(t_k)$ permettono di imporre le condizioni

$$p_{eq}(t_k) = \begin{cases} 1 & k = 0 \\ 0 & k = \pm 1, \pm 2, \cdots, \pm N \end{cases}$$

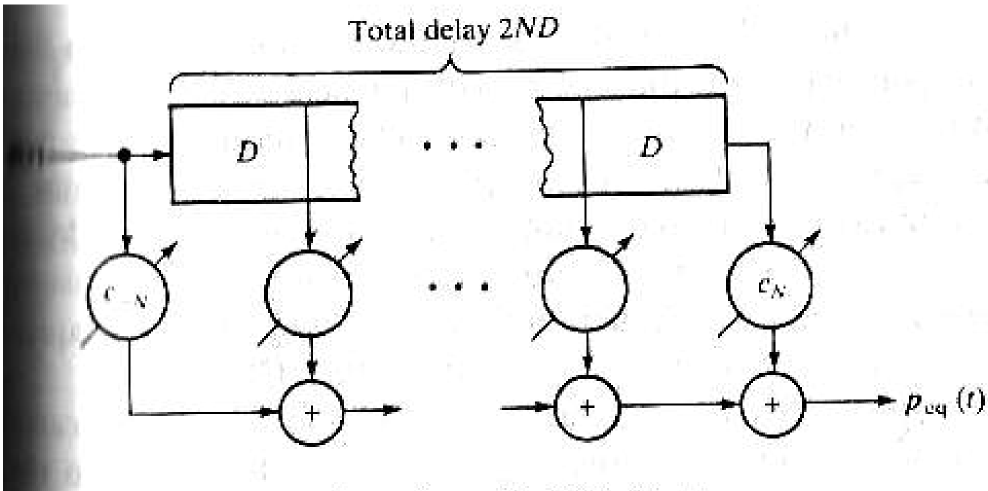

Figure 11.3-5 Transversal equalizer with 2N + 1 taps.

che assicurano l'assenza di ISI *almeno* nei confronti degli N simboli precedenti e successivi. I valori dei coefficienti c_n capaci di soddisfare queste condizioni si ottengono risolvendo il sistema di $2N+1$ equazioni in $2N+1$ incognite espresso in forma matriciale come

$$\begin{bmatrix} \tilde{p}_0 & \cdots & \tilde{p}_{-2N} \\ \vdots & & \vdots \\ \tilde{p}_{N-1} & \cdots & \tilde{p}_{-N-1} \\ \tilde{p}_N & \cdots & \tilde{p}_{-N} \\ \tilde{p}_{N+1} & \cdots & \tilde{p}_{-N+1} \\ \vdots & & \vdots \\ \tilde{p}_{2N} & \cdots & \tilde{p}_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_{-N} \\ \vdots \\ c_{-1} \\ c_0 \\ c_1 \\ \vdots \\ c_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

Anche se il metodo non garantisce nulla per istanti esterni a $(-ND, ND)$, è ottimo nel senso che minimizza l'ISI di picco, ed è semplice da realizzare. La sua attuazione necessita che la trasmissione del messaggio informativo sia preceduta da quella di un impulso isolato di apprendimento. L'operazione di combinazione di più campioni ricevuti può avere l'effetto di aumentare la potenza di rumore, ma spesso il peggioramento di qualità è più che compensato dal miglioramento dell'ISI.

Esempio Vogliamo realizzare un equalizzatore del terzo ordine, applicando il principio illustrato all'impulso con ISI mostrato alla fig. 11.3-6a. Inserendo i valori di $\tilde{p}_k$ nella matrice su indicata otteniamo

$$\begin{bmatrix} 1.0 & 0.1 & 0.0 \\ -0.2 & 1.0 & 0.1 \\ 0.1 & -0.2 & 1.0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_{-1} \\ c_0 \\ c_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

da cui è possibile calcolare$c_{-1} = -0.096 \quad c_0 = 0.96 \quad c_1 = 0.2$ ed i corrispondenti valori di $p_{eq}(t)$ sono mostrati in fig. 11.3-6b assieme ad una curva interpolata. Notiamo che sebbene sia stato ottenuto il risultato desiderato di azzerare $p_{eq}(t)$ ai due istanti di simbolo ai lati dello zero, si è anche ottenuto $p_{eq} \neq 0$ ad istanti più remoti.

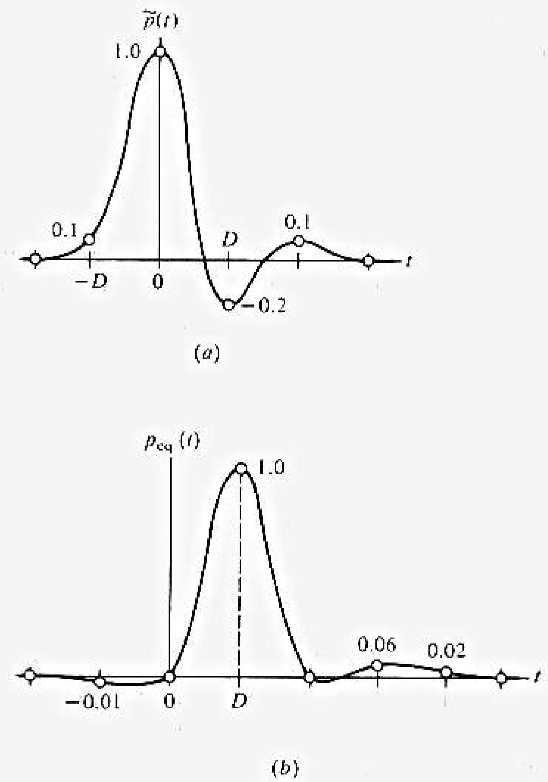

Figure 11.3-6 (a) Distorted pulse; (b) equalized pulse.